

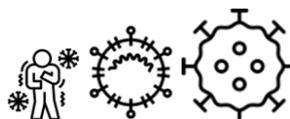
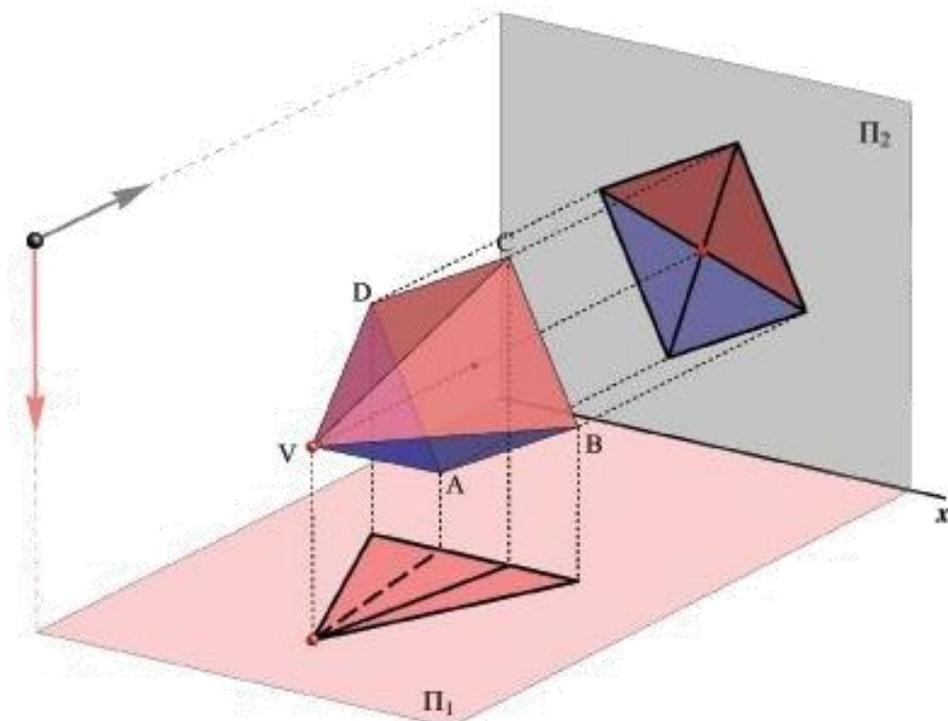


REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO
DIRECÇÃO NACIONAL DE ENSINO SECUNDÁRIO

DGD

11ª Classe

O meu caderno de actividades



STOP COVID -19

FICHA TÉCNICA

Título:	<i>O meu caderno de DGD - 11ª Classe</i>
Direcção:	Gina Guibunda & João Jeque
Coordenação	Manuel Biriarte
Elaboradores:	Abrão Nhangume & Ventura Mucanze
Concepção gráfica e Layout:	Hélder Bayat & Abrão Nhangume
Impressão e acabamentos:	MINEDH
Revisão:	Rui Manjate
Tiragem:	xxx exemplares.

PREFÁCIO

No âmbito da prevenção e mitigação do impacto da COVID-19, particularmente no processo de ensino-aprendizagem, o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano concebeu um conjunto de medidas que incluem o ajuste do plano de estudos, os programas de ensino, bem como a elaboração de orientações pedagógicas a serem seguidas para a melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem.

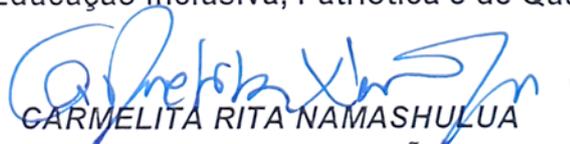
Neste contexto, foi elaborado o presente Caderno de Actividades, tendo em consideração os diferentes conteúdos programáticos nas diferentes disciplinas leccionadas no Ensino Secundário. Nele é proposto um conjunto alargado de actividades variadas, destinadas a complementar as acções desenvolvidas na aula e também disponibilizar materiais opcionais ao desenvolvimento de competências pré-definidas nos programas.

A concepção deste Caderno de Actividades obedeceu à sequência e objectivos dos programas de ensino que privilegiam o lado prático com vista à resolução dos problemas do dia-a-dia e está estruturado em três (3) partes, a saber: I. Síntese dos conteúdos temáticos de cada unidade didáctica; II. Exercícios; III. Tópicos de correcção/resolução dos exercícios propostos.

Acreditamos que o presente Caderno de Actividades constitui um instrumento útil para o auto-estudo e aprimoramento dos conteúdos da disciplina ao longo do ano lectivo. O mesmo irá permitir desenvolver a formação cultural, o espírito crítico, a criatividade, a análise e síntese e, sobretudo, o desenvolvimento de habilidades para a vida.

As actividades propostas no Caderno só serão significativas se o caro estudante resolvê-las adequadamente, com a mediação imprescindível do professor.

“Por uma Educação Inclusiva, Patriótica e de Qualidade!”


CARMELITA RITA NAMASHULUA
MINISTRA DA EDUCAÇÃO E
DESENVOLVIMENTO HUMANO

Índice

Visão Geral dos Conteúdos	1
1. Introdução a Geometria Descritiva	2
1.1 Noções Gerais	2
1.2 Definição	2
1.3 Forma	2
1.4 Importância	4
1.5 Planos ortogonais de projecção	5
2. Representação Diédrica do Ponto	6
2.1 Noções gerais	6
2.3 Representação das projecções de um ponto no plano de desenho ou planos de projecção. 11	
2.4 Planos Bissectores	14
2.4 Proposta de exercícios	14
3. Representação da recta	15
3.1 Noções gerais	15
3.2 Definição da recta	16
3.5 Posições relativas de duas rectas	18
3.6 Traços da recta (pontos notáveis da recta) nos planos de projecção	19
3.7 Traços da recta (pontos notáveis da recta) nos Planos β_{13} e β_{24}	20
Exemplificação com recta oblíqua ou qualquer	21
3.9 Proposta de exercícios	21
4. Representação diédrica do plano	21
4.1 Noções gerais	21
4.5 Representação do plano com destaque para a posição dos seus traços nos planos de projecção	22
4.6 Rectas de um plano	24
4.7 Ponto dum plano	25
4.8 Proposta de exercício	25
5. Métodos ou processos Geométricos auxiliares	25
5.1 Definição	25
5.2 Exemplificação	26
6. Representação diédrica de figuras planas	29
6.1 Noções gerais	29
6.1.2 Polígono existente nos planos paralelos	29
6.1.3 Polígono existente nos planos projectantes	30

6.2 Proposta de exercícios.....	31
7. Intersecção de dois planos	31
7.1 Definição.....	31
7.2 Exemplificação.....	32
6.2 Proposta de exercícios.....	33
7. Intersecção de uma recta com um plano	33
7.1 Noções Gerais.....	33
7.4 Proposta de exercícios.....	35
8. Representação diédrica de sólidos geométricos.....	35
8.1 Noções gerais.....	35
8.2 Representação diédrica dos sólidos geométricos	37
8.6 Proposta de exercícios.....	39
9. Proposta de soluções	39
10. Bibliografia.....	55

Visão Geral dos Conteúdos

Nº	Unidade Temática	Tempos lectivos
I	Introdução à geometria descritiva	08
II	Representação diédrica do ponto	08
III	Representação da recta	08
IV	Representação diédrica do plano	08
	Revisão e Avaliação	04
	Sub-total	36
VI	Processos Geométricos auxiliares	10
VII	Representação diédrica de figuras planas	20
	Revisão e Avaliação	06
	Sub-total	36
VII	Intersecção de dois Planos	04
VIII	Intersecção de rectas com planos	04
IX	Representação diédrica de sólidos geométricos	22
	Revisão e Avaliação	06
	Sub-total	36
	Total	108

1. Introdução a Geometria Descritiva

1.1 Noções Gerais

1.1.1 Geometria - significa medição da terra como resultado da experiência de agrimensores do antigo Egito que, com cordas esticadas sobre parcelas de terreno, traçavam linhas simples (recta e circunferência).

Geometria é um ramo da Matemática que estuda a forma, tamanho, posição relativa de figuras e as propriedades dos espaços.

1.2 Definição

Geometria Descritiva é um dos ramos da Geometria que é usado para a representação de formas com três dimensões (comprimento, largura e altura) num plano de duas dimensões (comprimento e largura). A partir dessas projecções são determinadas distâncias, ângulos, áreas e volumes em suas verdadeiras grandezas, com base em ponto, recta e plano.

A **Geometria Descritiva** surgiu no **séc. XVIII** como ciência que estuda os métodos de representação gráfica de formas com três dimensões (comprimento, largura e altura) num plano de duas dimensões (comprimento e largura).

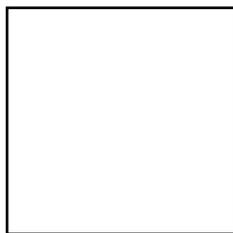
1.3 Forma - é a maneira como um objecto se apresenta nos seus contornos ou limites, podendo ter duas ou três dimensões.

1.3.1 Forma com duas dimensões – é aquela que possui comprimento e largura

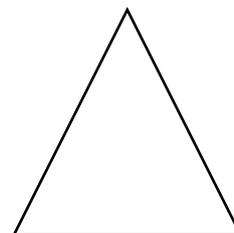
Polígono – é uma forma geometria plana fechada formada por segmentos de recta chamados lados, sendo:

Regular quando possui lados iguais

Exemplos: quadrado, triângulo equilátero, pentágono, hexágono, etc.



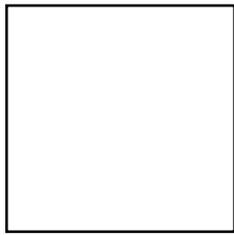
Quadrado



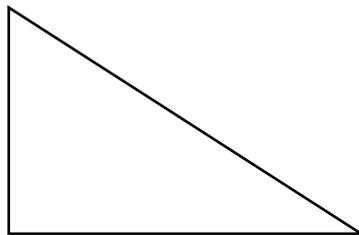
Triângulo equilátero

Irregular quando possui lados desiguais

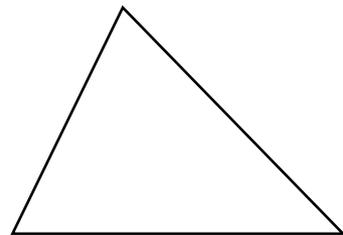
Exemplos: retângulo, triângulo escaleno, triângulo isósceles, etc.



Retângulo



Triângulo escaleno



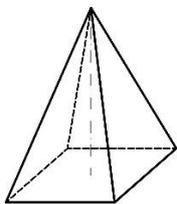
triângulo isósceles

1.3.2 Forma com três dimensões – é aquela que possui comprimento, largura e altura

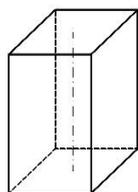
I. Poliedro - é a forma que tem faces poligonais, sendo:

Prisma - quando tem faces paralelas e opostas duas a duas, sendo duas delas bases do prisma;

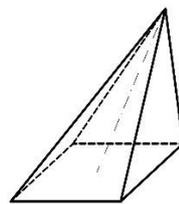
Pirâmide - quando tem um vértice oposto a base.



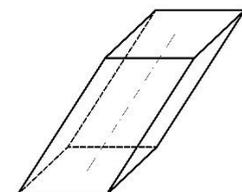
Pirâmide triangular



Prisma triangular



Pirâmide rectangular oblua



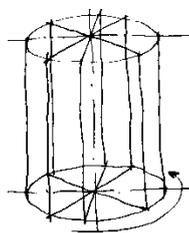
Prisma rectangular oblua

II. Forma de revolução - é aquela que resulta da rotação em 360, de um polígono, em torno de um eixo perpendicular a directriz (linha orientadora da forma da base do sólido), sendo;

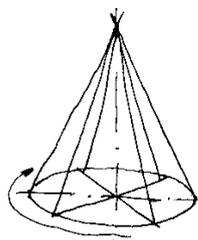
Cilindro – rotação de um rectângulo

Cone – rotação de um triângulo rectângulo

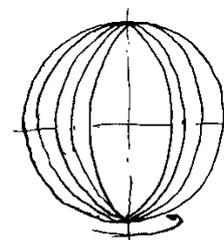
Esfera – rotação de uma semi-circunferência



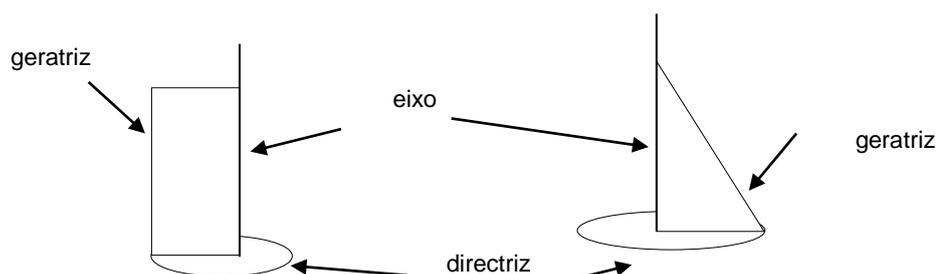
Cilindro



Cone

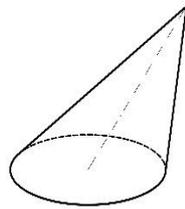


esfera

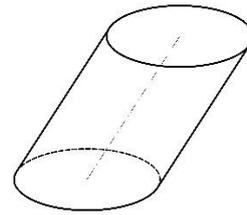


III. Forma não de revolução – é aquela que resulta da rotação em 360°, de um polígono, em torno de um eixo oblíquo a directriz.

Exemplos:



Cone oblíquo



Cilindro oblíquo

Tanto os poliedros, assim como as formas de revolução e não de revolução são todos chamados sólidos geométricos ou Formas volumétricas.

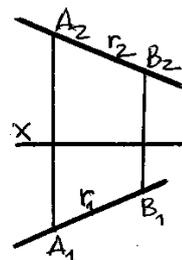
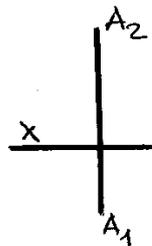
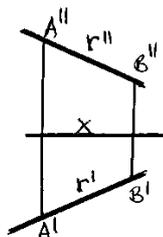
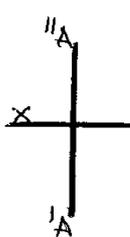
1.4 Importância

A geometria aplica-se na construção de vistas ortogonais, obtenção de verdadeiras grandezas e também na construção de protótipos.

1.4.1 Normalizações a empregar nas representações

Elementos básicos geométricos				
Ponto - representa-se por letra maiúscula (A; B; C; F...)				
Recta - representa-se por letra minúscula (m; n; r; s; t...)				
Plano - representa-se por letra minúscula do alfabeto grego [Alfa (); Beta (); Pi (); Niú (v); Fi (φ)]				
Tipos de traço			Aplicação	
Traço contínuo grosso	—————		Contornos visíveis	
Traço contínuo fino	—————		Linhas de chamada	
Traço interrompido	- - - - -		Contornos invisíveis	
Traço ponto	- · - · - · - · - · - · -		Eixos e traços de planos	
Projecções de ponto e recta				
Elementos	Forma antiga da projecção		Nova forma da projecção	
	Horizontal	Vertical	horizontal	frontal
Ponto	A''	A''	A₁	A₂
Recta	n'	n'	n₁	n₂

Exemplificação



Forma antiga

Nova forma

A geometria descritiva na sua representação apoia-se em planos ortogonais de projecção, designadamente, plano de projecção vertical/frontal ou Fi-zero (φ_0) e horizontal ou Ni-zero (ν_0) que se intersectam na Linha de Terra (LT), formando **ângulos diedros** de 90°

Ângulo diedro - é o ângulo formado por planos.

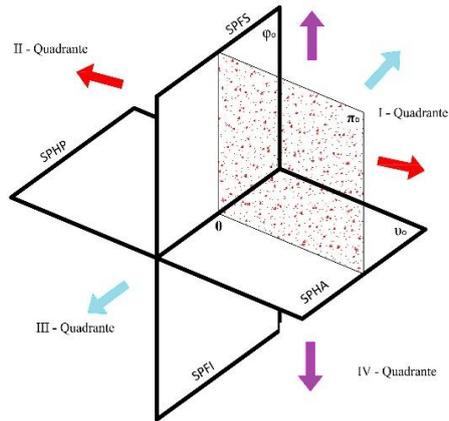
1.5 Planos ortogonais de projecção

Plano vertical ou frontal (φ_0)

Plano horizontal (ν_0)

A Linha de terra (LT) ou eixo (x) é a linha que resulta da intersecção entre os planos ortogonais de projecção.

Coordenadas	Distância	Orientação da distância	Localização no espaço
Abcissa	Horizontal para esquerda ou para a direita em relação ao plano de perfil. <u>É nula no plano de perfil</u>		Plano de terra
Afastamento ou ordenada	Horizontal anterior ou posterior em relação ao plano vertical. <u>É nulo no plano vertical</u>		Plano horizontal e em todos os quadrantes/diedros
Cota ou altura	Vertical superior ou inferior em relação ao plano horizontal. <u>É nula no plano horizontal</u>		Plano vertical e em todos os quadrantes/diedros



2. Representação Diédrica do Ponto

2.1 Noções gerais

No campo visual, o ponto é um objecto sem dimensão que sinaliza certa localização em determinado espaço, seja uni-dimensional, bi-dimensional ou tri-dimensional.

Um ponto é definido por:

Duas rectas concorrentes.

Uma recta e um plano não paralelos

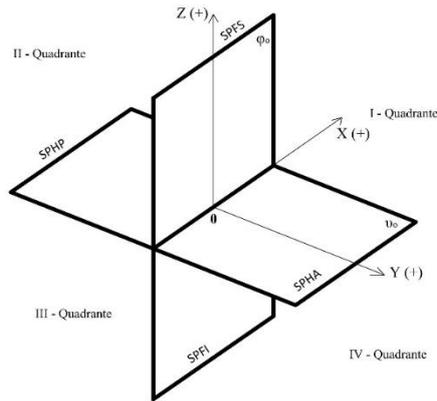
Três planos não paralelos entre si

Um ponto no plano de desenho ou planos rebatidos (vertical/frontal e horizontal) é representado pelas coordenadas de abcissa, afastamento e cota com auxílio de uma linha de chamada perpendicular à LT.

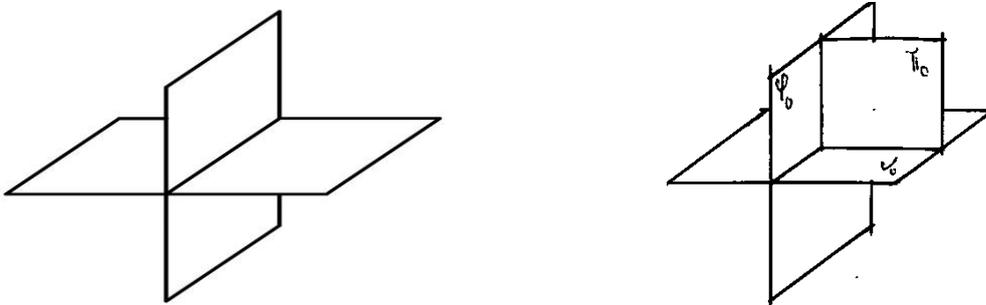
Elemento	Caracterização
Linha de terra ou eixo (LT ou x)	Fixa
Linha de chamada	Contida no plano de perfil quando a abcissa é nula
	Móvel quando a abcissa toma um valor absoluto

Nota: Diz-se representação **ddiédrica**, para referir à representação feita em dois ângulos formados por planos

2.1.2 Planos de projecção vertical/frontal e horizontal - são planos perpendiculares entre si ou que se intersectam, numa Linha de Terra (LT), formando ângulos de 90°.

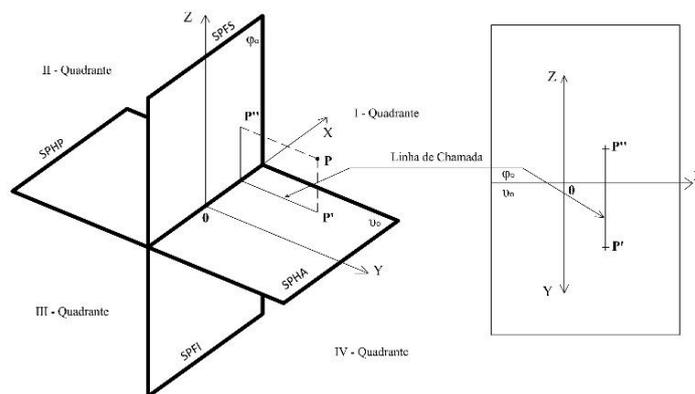


2.1.3 Plano de Perfil - é um plano perpendicular aos planos de projecção vertical/frontal e horizontal.



Plano vertical/frontal ou Fi-zero (ϕ_0), plano horizontal ou Ni-zero (ν_0) e plano de perfil ou Pi-zero (π_0)

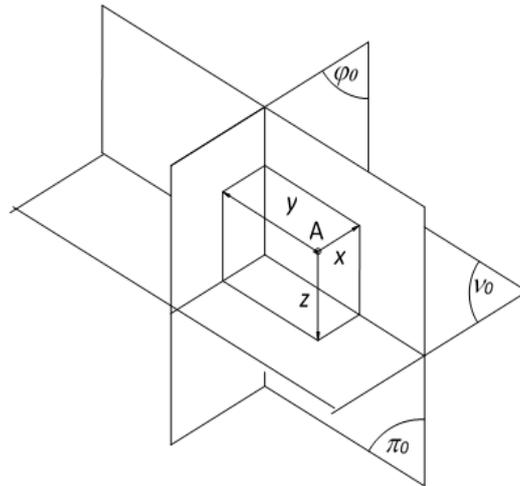
2.1.4 Linha de chamada - é uma linha auxiliar que une as projecções vertical/frontal e horizontal de um ponto e é sempre perpendicular à LT/eixo X.



2.1.5 Coordenadas de um ponto

As coordenadas de um ponto são abcissa (eixo x), afastamento (eixo y) e cota (eixo z), cuja leitura é feita com base na ordem alfabética.

x - abcissa; **y** - afastamento; **z** - cota

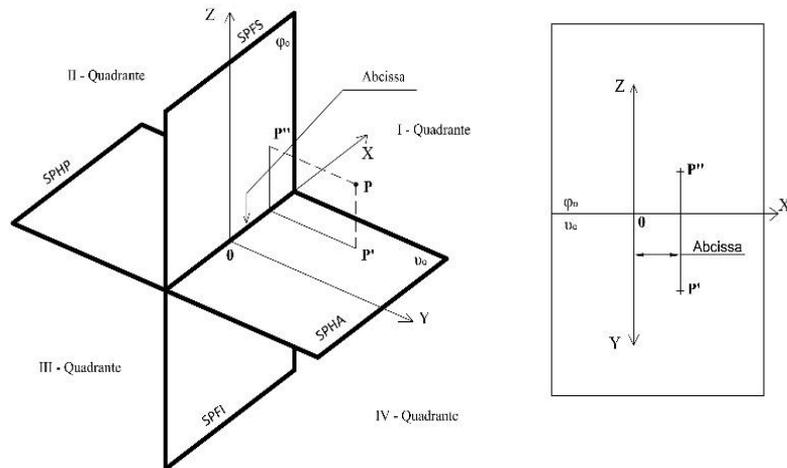


A representação das coordenadas de abscissa, afastamento e de cota no plano de desenho ou planos de projecção rebatidos observa 17 posições genéricas a saber: i) semi-planos (vertical superior/inferior e horizontal anterior/posterior) das projecção vertical/frontal (φ_0) e horizontal (ν_0); ii) planos bissectores ímpares ($\beta_{1/3}$) e planos bissectores pares ($\beta_{2/4}$); iii) octantes (1 a 8); v) LT.

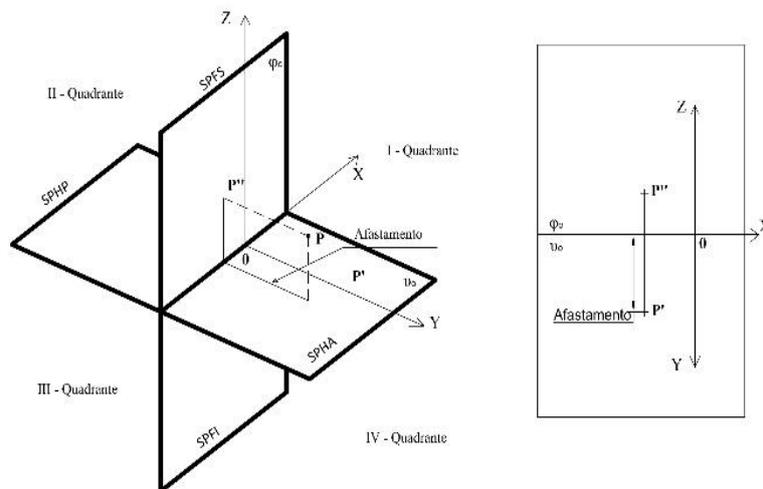
2.2 Alfabeto do ponto

Nº	Localização no espaço		Representação da projecção vertical de cota			Representação da projecção horizontal de afastamento		
			Sinal	Valor absoluto	Posição	Sinal	Valor absoluto	Posição
1	IQ	1º octante	+	Maior	Baixo	+	Menor	Cima
2		$\beta_{1/3}$		Igual			Igual	
3		2º octante		Menor			Maior	
4	IIQ	3º Octante	-	Menor	Cima	+	Maior	Cima
5		$\beta_{2/4}$		Igual			Igual	
6		4º Octante		Maior			Menor	
7	IIIQ	5º Octante	-	Maior	Cima	-	Menor	Baixo
8		$\beta_{1/3}$		Igual			Igual	
9		6º Octante		Menor			Maior	
10	IVQ	7º Octante	+	Menor	Baixo	-	Maior	Baixo
11		$\beta_{2/4}$		Igual			Igual	
12		8º Octante		Maior			Menor	
13	SP	VS	Nulo		LT	+		Cima
14		VI	Nulo		LT	-		Baixo
15		HÁ	+		Baixo	Nulo		LT
16		HP	-		Cima	Nulo		LT
17	Linha de Terra (LT)		Nulo		LT	Nulo		LT

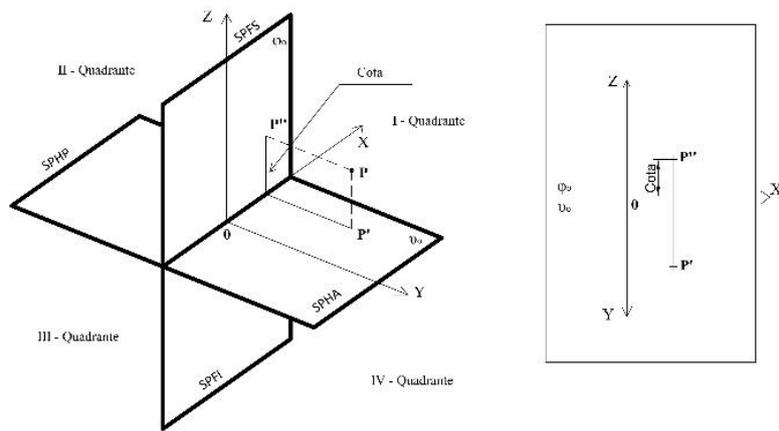
2.2.1 Abcissa - é a distância horizontal medida para esquerda ou para direita em relação ao plano de perfil. É nula no plano de perfil.



2.2.2 Afastamento – é a distância horizontal medida antes (anterior) ou depois (posterior) em relação ao plano vertical. É nulo no plano vertical



2.2.3 Cota - é a distância vertical medida para cima (superior) ou para baixo (inferior) em relação ao plano horizontal. É nula no plano horizontal.

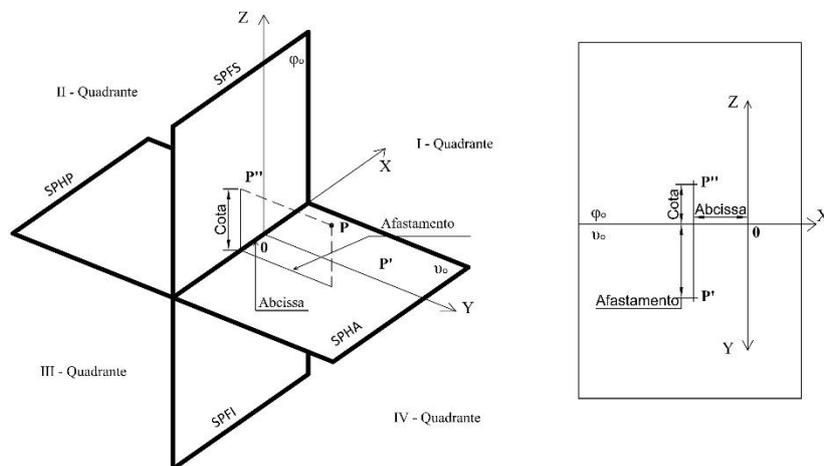


2.3 Representação das projecções de um ponto no plano de desenho ou planos de projecção.

Passos:

1º - Situar o ponto no espaço (planos de projecção vertical/frontal e horizontal) com base nas suas coordenadas (abscissa, afastamento e cota).

2º - Representar o ponto nos planos de projecção vertical/frontal e horizontal ou no plano de desenho.



Exemplo1:

Dados: P (20; 40; 20)

Abcissa = 20

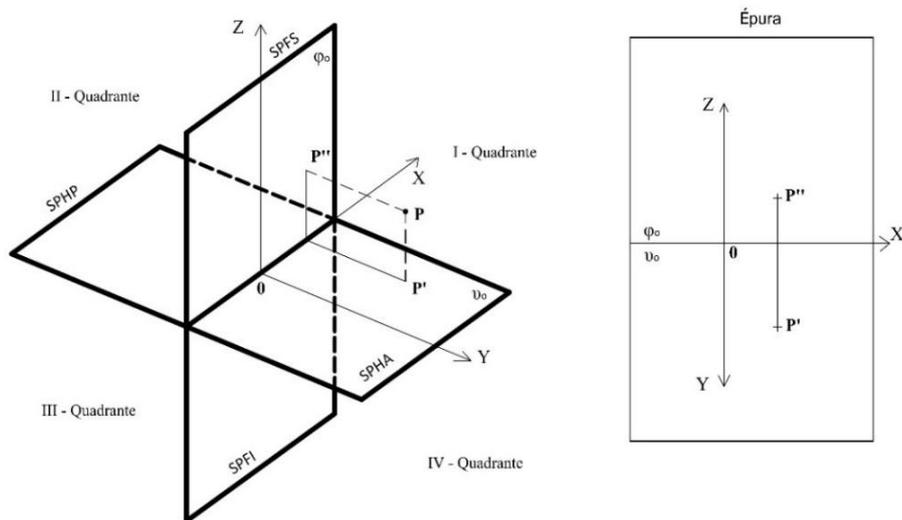
Afastamento = 40

Cota = 20

Descrição

a. O ponto P é do primeiro quadrante (IQ). Tem afastamento e cota (+)

- b. O afastamento representa-se para baixo de LT porque é positivo (+)
- c. A cota representa-se para cima de LT porque é positivo (+)
- d. A abcissa representa-se a direita do plano de perfil representado pelo zero porque é positiva (+).



Exemplo2:

Dados: P (20; -40; 20)

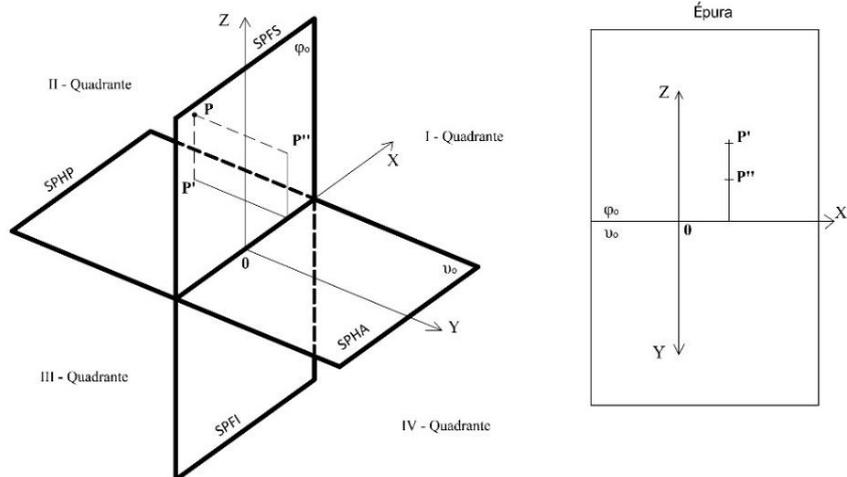
Abcissa = 20

Afastamento = -40

Cota = 20

Descrição

- a. O ponto P é do segundo quadrante (IIQ). Tem afastamento (-) e cota (+)
- b. O afastamento representa-se para cima de LT porque é negativo (-)
- c. A cota representa-se para cima de LT porque é positivo (+)
- d. A abcissa representa-se a direita do plano de perfil representado pelo zero porque é positiva (+)



Exemplo3:

Dados: P (20; -40; -20)

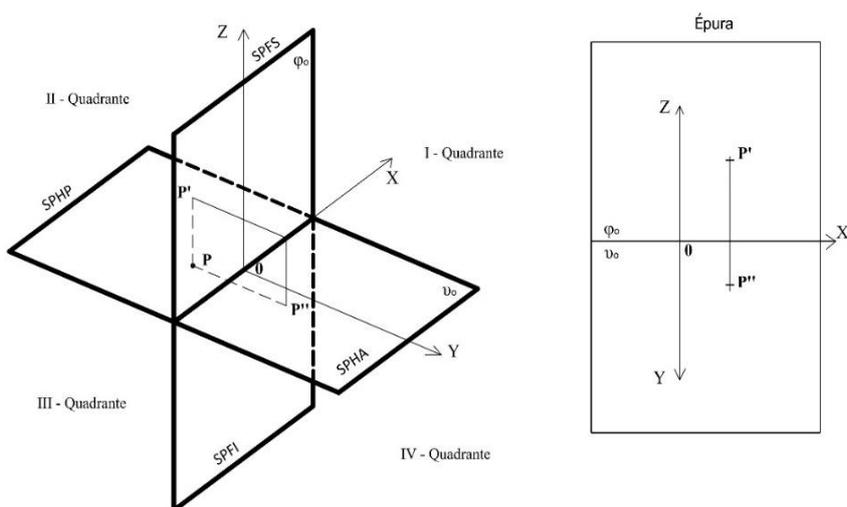
Abcissa = 20

Afastamento = -40

Cota = -20

Descrição

- O ponto **P** é do terceiro quadrante (IIIQ). Tem afastamento (-) e cota (-)
- O afastamento representa-se para cima de LT porque é negativo (-)
- A cota representa-se para baixo de LT porque é negativa (-)
- A abcissa representa-se a direita do plano de perfil representado pelo zero porque é positiva (+)



Exemplo4:

Dados: P (20; 40; -20)

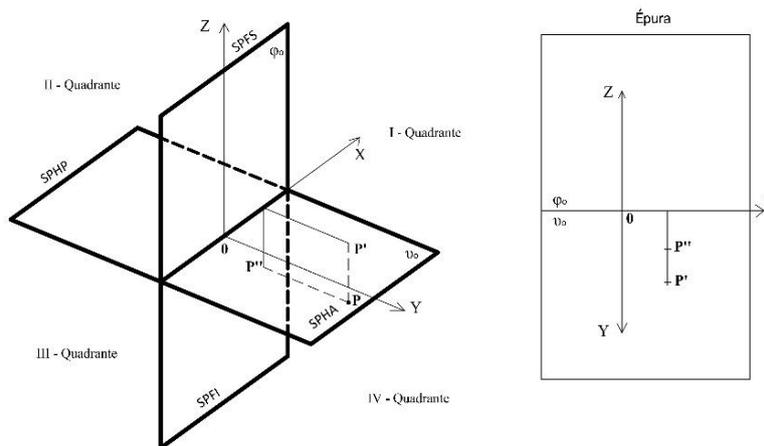
Abcissa = 20

Afastamento = 40

Cota = - 20

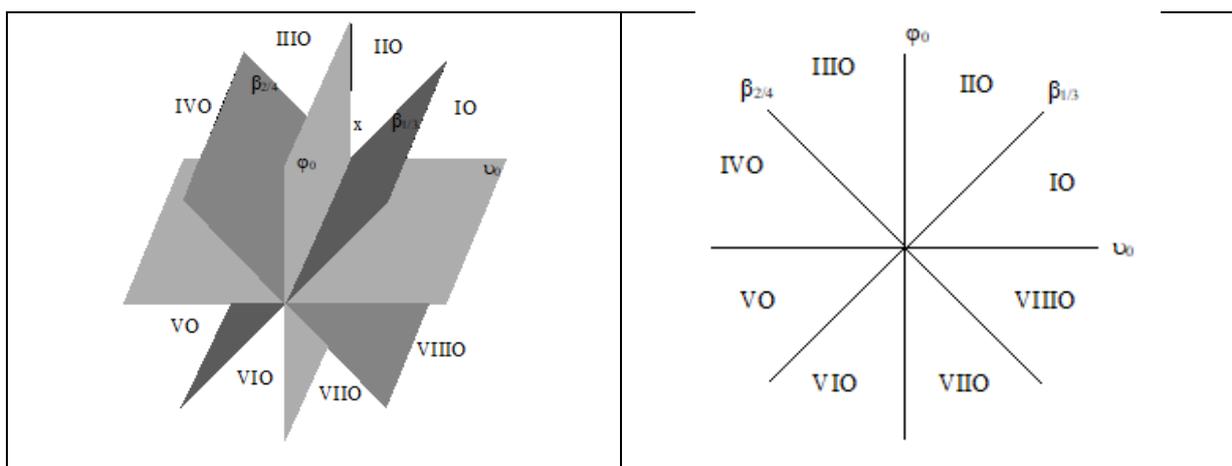
Descrição

- a. O ponto **P** é do quarto quadrante (IVQ). Tem afastamento (+) e cota (-)
- b. O afastamento representa-se para baixo de LT porque é negativo (+)
- c. A cota representa-se para baixo de LT porque é negativa (-)
- d. A abcissa representa-se a direita do plano de perfil representado pelo zero porque é positiva (+)



2.4 Planos Bissectores

São planos que dividem os diedros ou quadrantes em partes iguais. O plano bissector que divide o I e III quadrantes chama-se plano bissector ímpar $\beta_{1/3}$. O plano bissector que divide o II e IV quadrantes chama-se plano bissector par $\beta_{2/4}$



2.4 Exercícios

1. Represente no plano de desenho os seguintes pontos A (-30; 0; 30); B (0; 20; 0); C (10; 20; 10); D (25, -15; 15).

a) Em que lugar geométrico se localiza cada um deles?

2. Os pontos **A**, **B**, **C** e **D** pertencem à mesma projectante horizontal **h** que dista 25 de φ_0 .

Desenhe as projecções destes pontos, sabendo que:

- a. O ponto **A** é do IV quadrante e pertence a $\beta_{2/4}$;
- b. O ponto **B** é do III quadrante e pertence a $\beta_{1/3}$;
- c. O ponto **C** pertence ao plano horizontal de projecção (SPHP);
- d. O ponto **D** pertence ao II quadrante 4° octante.

3. Representa no plano de desenho as projecções frontais e horizontais dos seguintes pontos:

A - Situado no IQ com abcissa 0, afastamento 30 e cota 60;

B - Situado no IQ com abcissa 20, afastamento 60 e cota 30;

C - Situado no plano horizontal com abcissa 40 e cota nula e afastamento positiva;

D - Situado no plano frontal com abcissa -20 e afastamento nulo e cota negativa;

E - Situado na LT ou eixo x.

4. Represente os lugares geométricos dos pontos abaixo e atribua-lhes coordenadas de abcissa, afastamento e cota à escolha.

E - IQ 1° octante ; **F** - II Q 3° octante; **G** - III Q 6° octante; **H** - SPFI; **I** - IQ 7° octante; **J** - LT;

L - SPFS; **M** - SPHP; **N** - IVQ - $\beta_{2/4}$.

3. Representação da recta

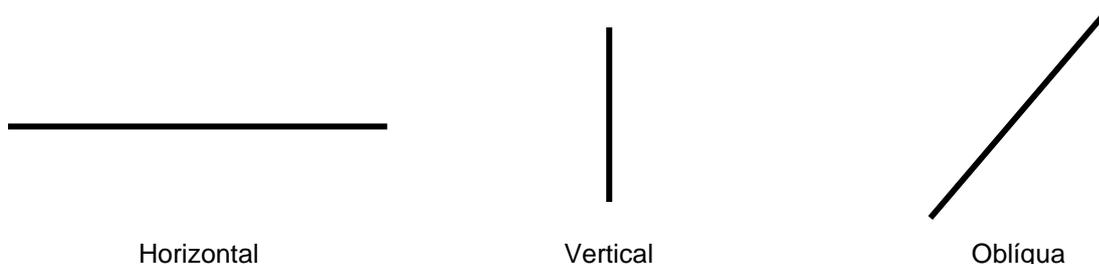
3.1 Noções gerais

A recta no espaço pode tomar três direcções:

Direcção horizontal – é consequência da força da gravidade. Visualmente mais estática e associada a ideia de repouso.

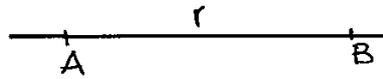
Direcção vertical - é perpendicular à horizontal. Visualmente mais dinâmica que a horizontal

Direcção oblíqua - não é horizontal e nem vertical. Visualmente exprime movimento e dá uma sensação de perda de equilíbrio.

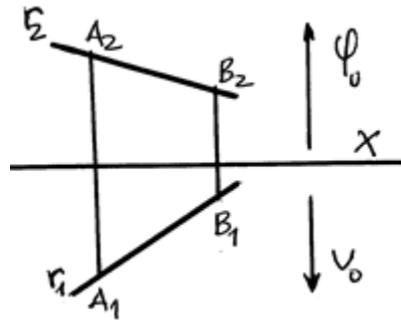


3.2. Definição da recta

Primeiro - definição da recta pelos pontos.



Segundo - definição da recta pelas suas projecções (vertical/frontal e horizontal) no plano de desenho com base em dois pontos contidos na recta.



3.3 Nomenclatura e posições da recta no espaço e nos planos vertical/frontal e horizontal.

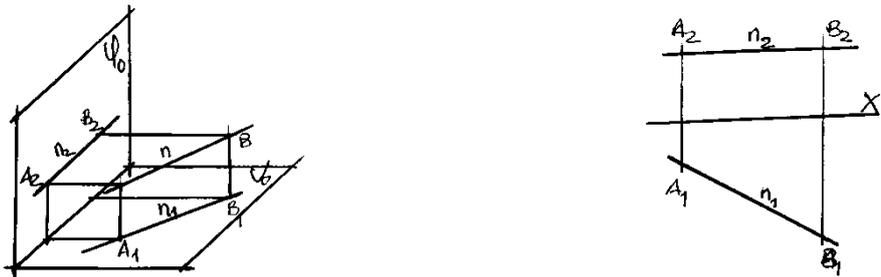
Nº	Nomenclatura	Posição no espaço	Projeção no Plano Vertical	Projeção no Plano Horizontal
1	Oblíqua ou qualquer	Oblíqua	Oblíqua	Oblíqua
2	Nível	Oblíqua	Horizontal	Oblíqua
3	Frente	Oblíqua	Oblíqua	Horizontal
4	Topo	Horizontal	Ponto	Horizontal
5	Vertical	Vertical	Vertical	Ponto
6	Perfil	Oblíqua	Vertical	Horizontal
7	Paralela	Horizontal	Horizontal	Horizontal

3.4 Definição da recta pelas suas projecções nos planos de projecção, considerando dois pontos contidos na recta

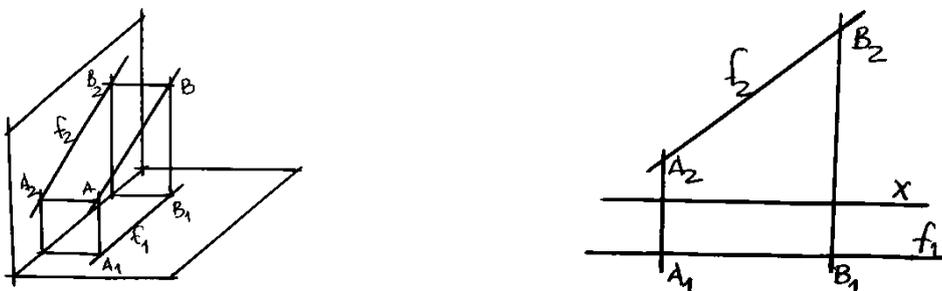
Recta oblíqua ou qualquer - é uma recta com projecções oblíquas em ambos os planos de projecção e a LT.



Recta de nível - é uma recta com projecção oblíqua no (PHP) e projecção horizontal no (PFP) e paralela a LT no plano vertical ou frontal. Projecta-se em verdadeira grandeza no plano horizontal.

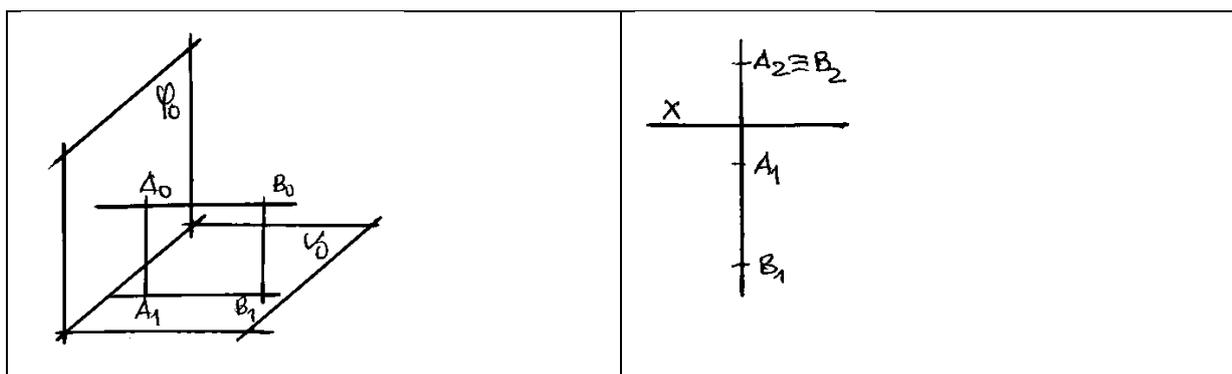


Recta de frente - é uma recta com projecção vertical oblíqua no (PFP) e projecção horizontal no (PHP) e paralela a LT. Projecta-se em verdadeira grandeza no plano vertical.

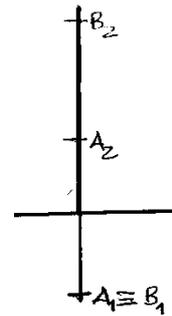
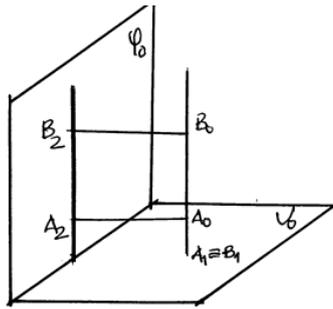


No sistema de dupla projecção ortogonal, consideram projectantes as rectas de topo e vertical, designandos as de projectantes vertical e horizontal, respectivamente.

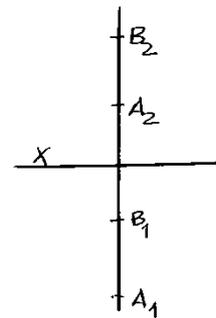
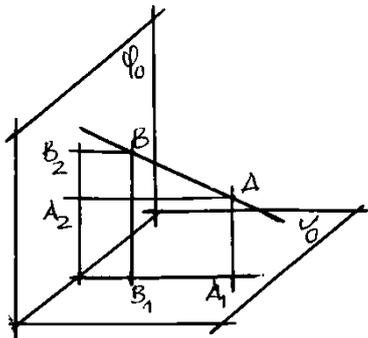
Recta de topo ou projectante vertical - é uma recta com projecção frontal. É reduzida a um ponto no (PFP). A projecção horizontal no (PHP) é horizontal e perpendicular



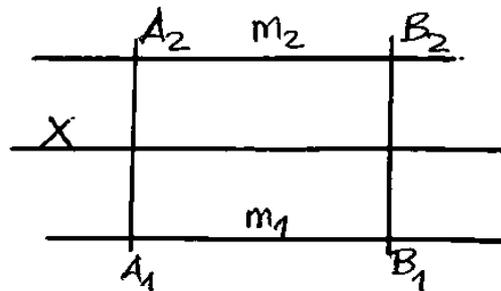
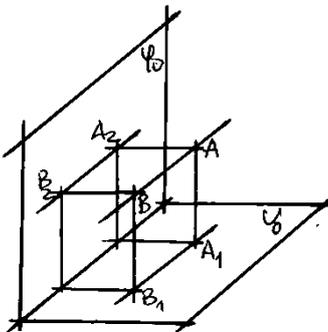
✓ **Recta vertical ou projectante horizontal** - é uma recta com projecção horizontal. É reduzida a um ponto no (PHP). A projecção forntal no (PFP) é vertical e perpendicular a TL.



Recta de perfil - é uma recta com projecção vertical no (PFP) e projecção horizontal no (PHP). Ambas projecções são perpendiculares em relação a LT.



Recta paralela a LT ou horizontal de frente/fronto-horizontal - é uma recta com projecções horizontais em ambos planos de projecção e paralelas a LT.

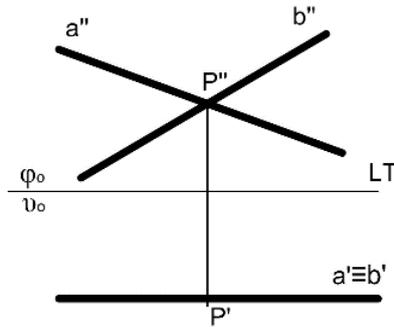


3.5 Posições relativas de duas rectas

Rectas concorrentes - pertencem ao mesmo plano (coplanares). Possuem apenas um ponto comum

Nem sempre as rectas concorrentes correspondem projecções homónimas concorrentes

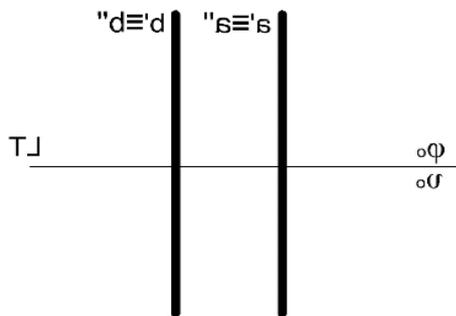
Exemplos: rectas concorrentes frontais



Rectas paralelas - pertencem ao mesmo plano (coplanares). Não têm ponto de intersecção ou comum.

Nem sempre as rectas paralelas correspondem projecções homónimas paralelas.

Exemplos: rectas de perfis paralelas



3.6 Traços da recta (pontos notáveis da recta) nos planos de projecção

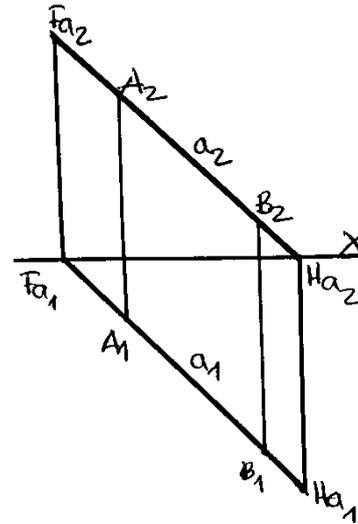
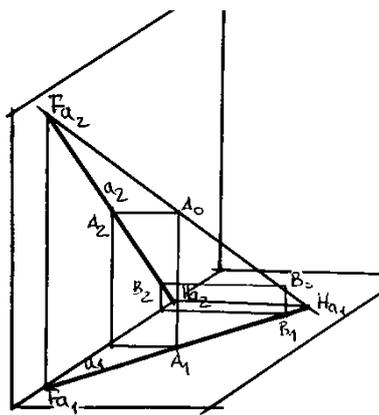
Os pontos notáveis da recta nos planos de projecção vertical e horizontal são determinados pela intersecção ou contacto da recta com os respectivos planos de projecção.

Plano Vertical/frontal- Traço Vertical/Frontal (V/F)

Plano Horizontal – Traço Horizontal (H)

Exemplo:

1. Dado o exemplo da figura abaixo referente a projecção da recta nos planos de projecção, os traços V/F e H surgem quando a recta toca o plano vertical/frontal no ponto V/F e o traço horizontal quando a recta o plano horizontal no ponto H.
2. No plano de desenho:
 - i) O traço F é traçado a partir do ponto de afastamento nulo da projecção horizontal da recta;
 - ii) O traço H é traçado a partir do ponto de cota nula da projecção frontal da recta.



3.7 Traços da recta (pontos notáveis da recta) nos Planos β_{13} e β_{24}

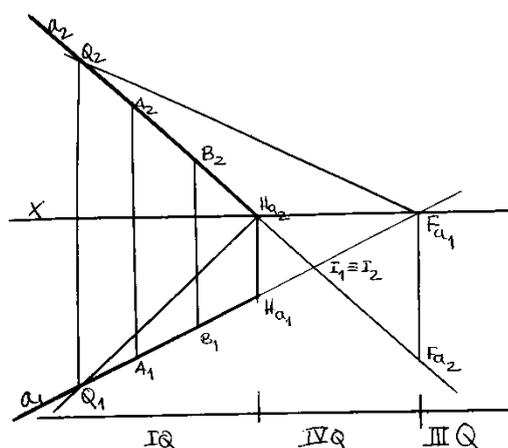
Os pontos notáveis da recta nos planos β_{13} e β_{24} são determinados pela intersecção ou contacto da recta com os respectivos planos bissectores.

Plano Bissector dos quadrantes ímpares $\beta_{1/3}$ - Traço Q

Plano Bissector dos quadrantes pares $\beta_{2/4}$ - Traço I

Exemplo

1. Dado o exemplo abaixo referente a projecção da recta nos planos de projecção, os traços **Q** e **I** surgem quando a recta toca o plano $\beta_{1/3}$ no ponto **Q** e o traço **I** quando a recta o plano $\beta_{2/4}$.
2. No plano de desenho:
 - i) O traço Q é traçado a partir de qualquer projecção nula de afastamento ou de cota dos traços F ou H. Do ponto escolhido F ou H é traçada a simetria do ângulo formado pela LT com a projecção horizontal ou frontal da recta, conforme a coordenada nula escolhida.
 - ii) O traço I é marcado na intersecção das projecções horizontal e frontal da recta A(50 ; 35 ; 25) e B(10 ; 30 ; 15).



Exemplificação com recta oblíqua ou qualquer

1. Representa a recta **a** definida pelos seguintes pontos.

A (0; 40; 20)

B (10; 20; 40)

Descrição dos passos

1º - Representar as projecções dos pontos **A** e **B** nos planos de projecção vertical/frontal

2º - Unir as projecções do mesmo nome dos pontos **A** e **B**. Da união a projecção horizontal **a₁** é a recta **A₁B₁** determinada pelas projecções horizontais **A₁B₁**. A projecção frontal **a₂** é a recta **A₂B₂** determinada pelas projecções frontais ou verticais **A₂B₂**

3.9 Exercícios

1. Represente no plano de desenho as projecções da recta **a** definida pelos pontos **A** (30; 30; -40) e **B** (70;10; 30).

a. Faça o estudo completo da recta.

2. Desenhe as projecções duma recta **n** de nível de cota 1,5 cm que faz um ângulo de 30° com plano φ_0 , abertura para a direita (a.d.).

- Determine os traços da recta no plano φ_0 ; $\beta_1/3$ e $\beta_2/4$;

4. Representação diédrica do plano

4.1 Noções gerais

O Plano é uma superfície que se estende até o infinito sem espessura. É representado no plano de desenho por uma letra grega minúscula

Alfa (α) mais usada nos traços dos planos;

Beta (β) mais usada nos planos bissectores;

Pi (π) usado apenas nos planos de perfil

4.2 um plano no espaço pode ser definido por:

Um ponto e uma recta;

Três pontos não colineares;

Rectas concorrente ou paralelas.

4.3 Representação do plano dentro dos limites do desenho ou planos rebatidos

O plano é representado pelos traços vertical/frontal (**V/F**) e horizontal (**H**).

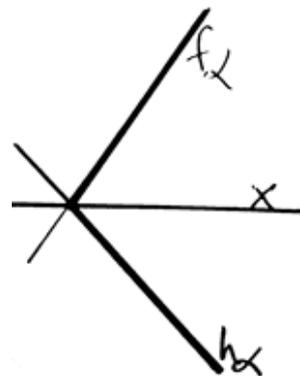
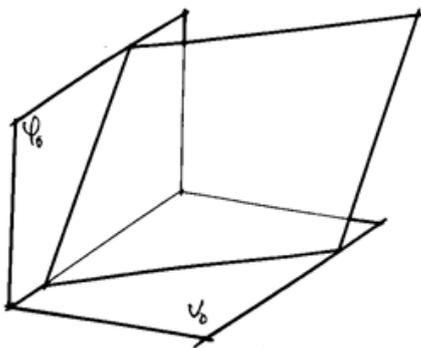
Geralmente, um plano quando é representado por um traço, este fica entre parênteses, como são os casos de planos de nível, frente e projectantes, sejam vertical (topo) e horizontal (vertical).

4.4. Nomenclatura, posições no espaço e traços nos planos vertical e horizontal

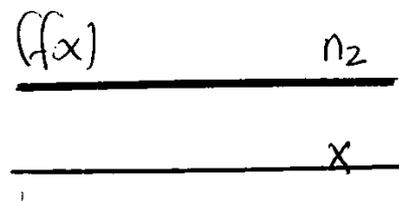
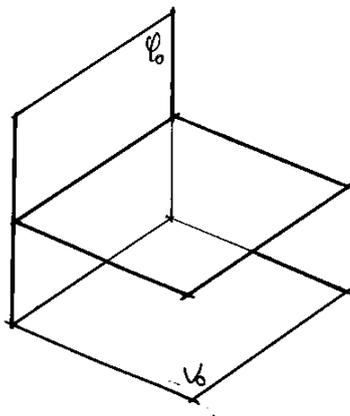
Nº	Nomenclatura	Posição no espaço	Traço no PV/F	Traço no PH
1	Oblíquo ou qualquer	Oblíquo	Oblíquo	Oblíquo
2	Nível	Horizontal	Horizontal	-----
3	Frente	Vertical	-----	Horizontal
4	Topo	Oblíquo	Oblíquo	-----
5	Vertical	Oblíquo	-----	Oblíquo
6	Perfil	Vertical	Vertical	Horizontal
7	Rampa	Oblíquo	Horizontal	Horizontal

4.5. Representação do plano com destaque para a posição dos seus traços nos planos de projecção.

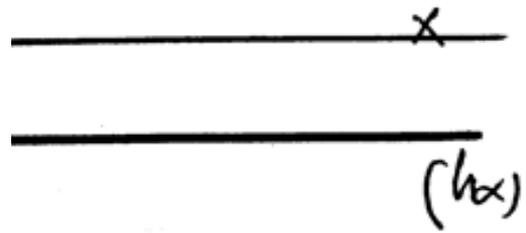
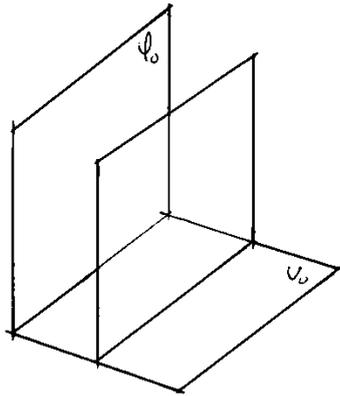
Plano oblíquo ou qualquer - os traços vertical/frontal e horizontal são oblíquos em ambos planos de projecção.



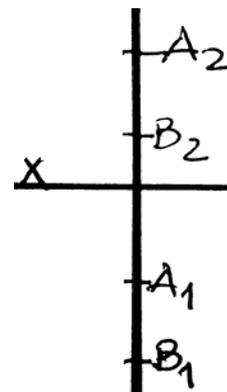
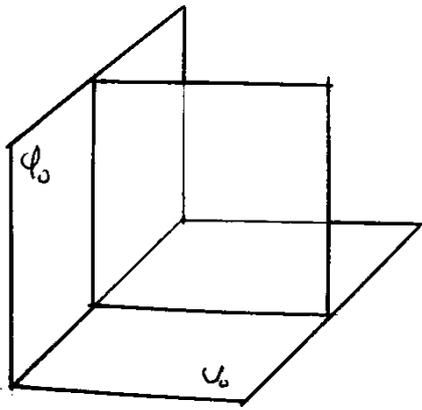
Plano horizontal ou de nível - o traço vertical/frontal é horizontal no (PVP) e paralelo a LT. Não tem traço horizontal.



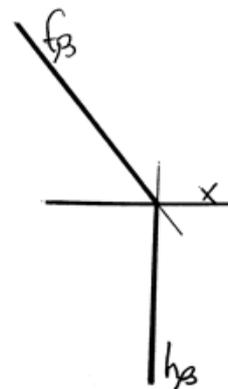
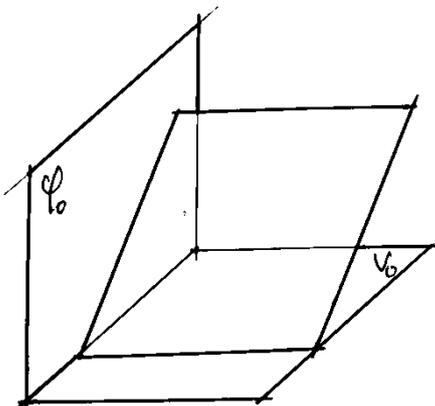
Plano frontal ou de frente - O traço horizontal é horizontal no (PHP) e paralelo a LT. Não tem traço vertical.



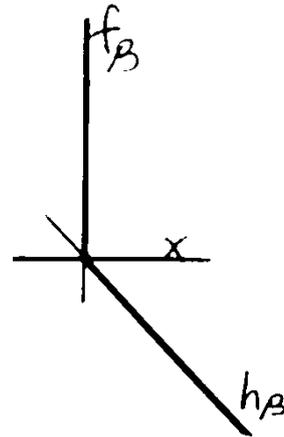
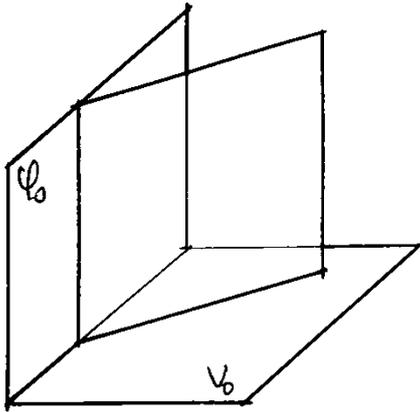
Plano de perfil - O traço vertical/frontal é vertical no (PFP). O traço horizontal é horizontal no (PHP) e perpendicular a TL.



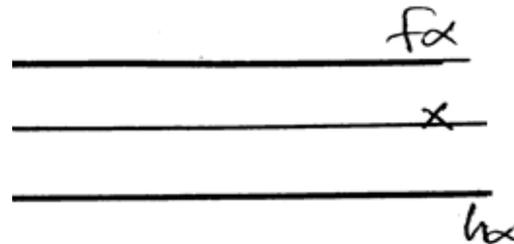
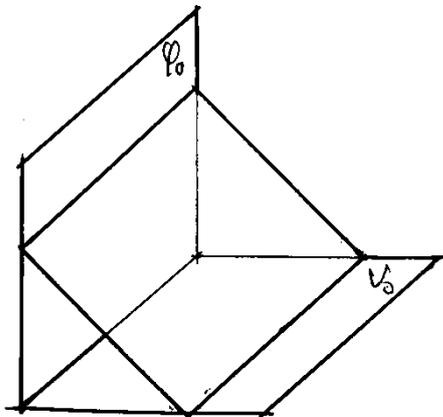
Plano de topo ou projectante vertical - o traço vertical/frontal é oblíquo no (PFP). O traço horizontal é paralelo ao plano horizontal.



Plano vertical ou projectante horizontal - o traço horizontal é oblíquo no (PHP). O traço vertical/frontal é paralelo ao plano vertical/frontal.



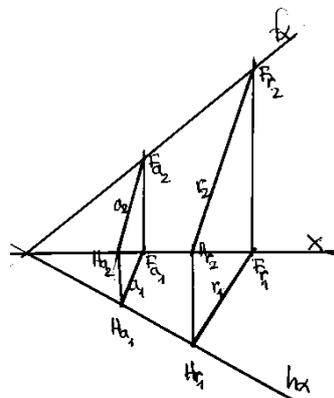
Plano de rampa - os seus traços são horizontais e paralelos a LT em ambos planos de projecção



4.6 Rectas de um plano

São aquelas cujos traços estão sobre os traços do mesmo nome do plano. Quando isto acontece, afirma-se que a (s) recta(s) pertence(m) ao plano.

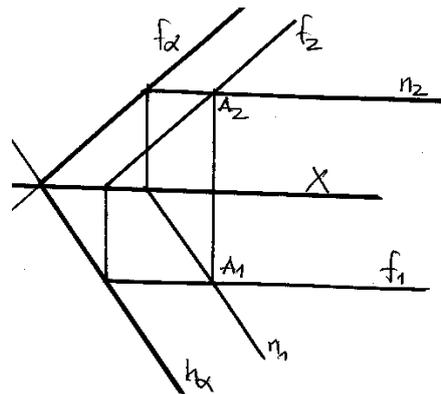
Nota: A recta também pode pertencer a um plano se um dos seus traços estiver sobre o traço do mesmo nome do plano e a outra projecção da recta tomar uma direcção paralela ao outro traço do plano



4.7. Ponto dum plano

O ponto de um plano é aquele que pertence à recta de um plano. Assim, para que um ponto pertença a um plano, é necessário que o mesmo esteja contido na recta que pertence ao plano.

Exemplo. Seja dado um plano β obliquo, cujos traços frontal e horizontal fazem com o eixo x , respectivamente, ângulos de 60° e 30° (a.d.). Determine as projecções do ponto A (30;15;35) que pertence ao referido plano.



4.8 Exercício

1. Sabendo que as rectas **a** oblíqua qualquer e **b** de frente concorrentes no ponto C, definem o plano α , determine os seus traços, sabendo que:
 - a. O ponto C tem as seguintes coordenadas (0;35;20)
 - b. Para além do ponto, C a recta **a** também é definida pelo ponto **A** (-25; 5; 50);
 - c. A projecção frontal da recta **b**, faz com o eixo x , um ângulo de 75° (a.d.).
2. Como se chama o plano α ?

5. Métodos ou processos Geométricos auxiliares

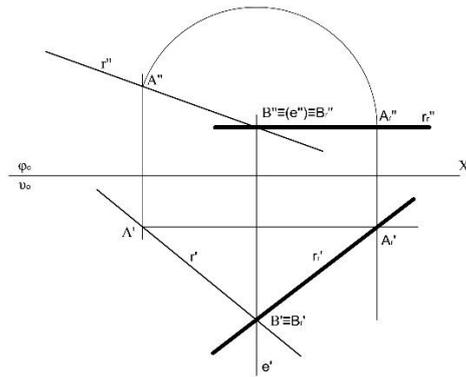
5.1 Definição

São métodos através dos quais são representadas as formas geométricas nos planos de desenho em Verdadeira Grandeza (VG).

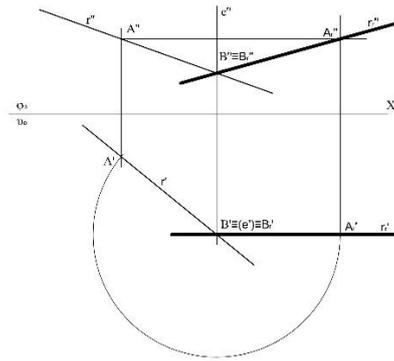
A verdadeira grandeza é a posição de representação da forma mais conveniente para o estudo. Geralmente, uma forma geométrica está em VG quando pertence aos planos de projecção (vertical/frontal e horizontal) ou paralelos (plano de nível e de frente). Nos casos em que a forma geométrica pertence aos restantes planos, nomeadamente, oblíquo qualquer, topo, vertical, perfil e rampa, a visualização de sua verdadeira grandeza só é possível quando for feita com base em um método ou processo geométrico auxiliar escolhido segundo a natureza do exercício, dentre os seguintes:

Rotação

Mudança de planos



Rotação sobre plano de nível



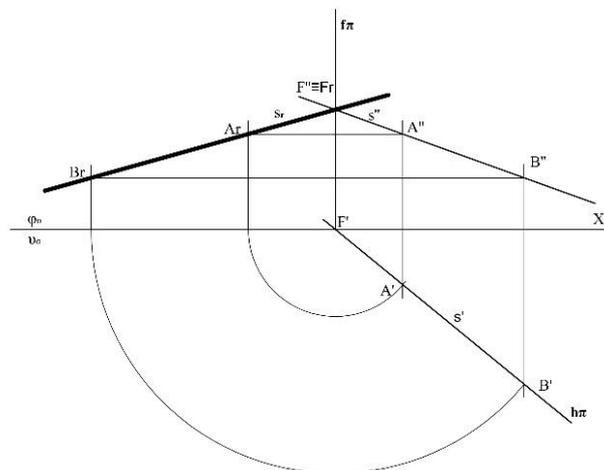
Rotação sobre plano de frente

Rebatimento

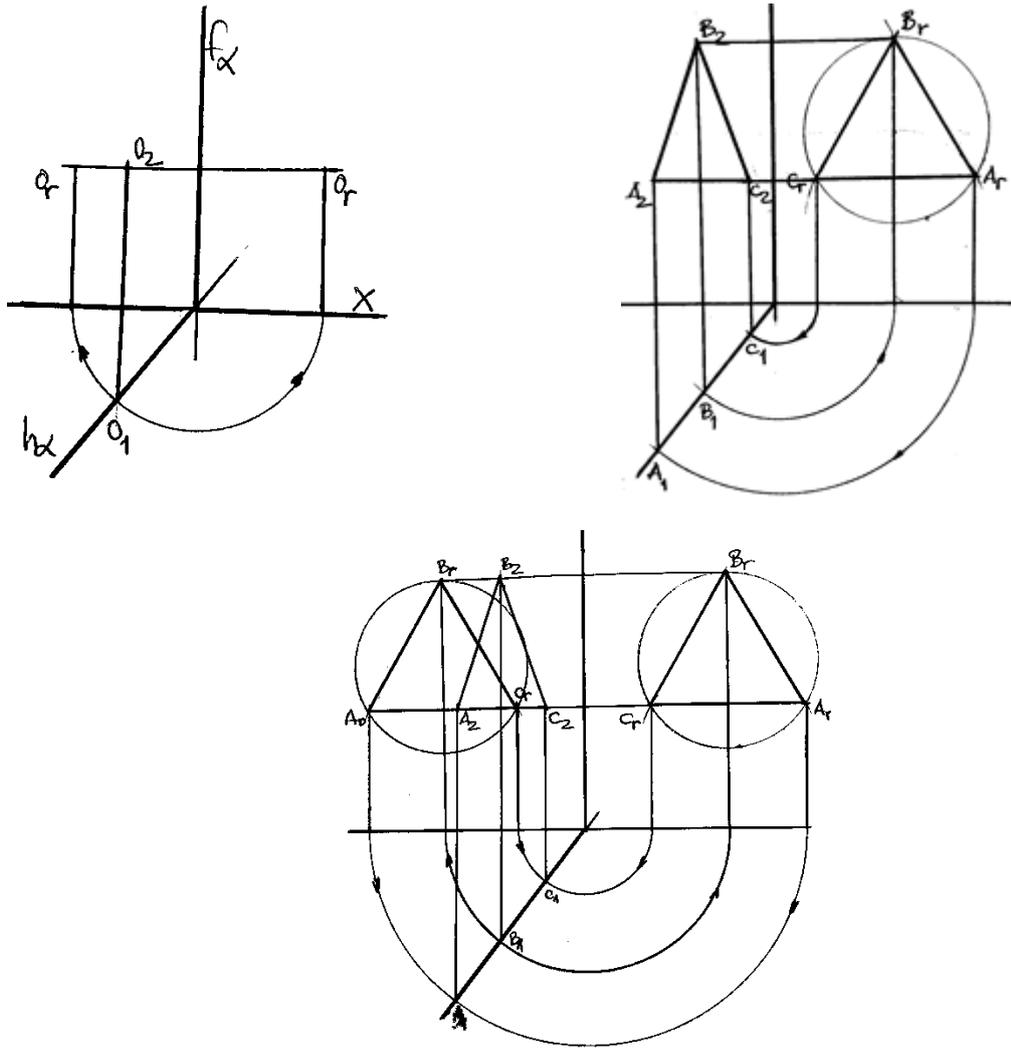
O rebatimento como um caso particular da rotação, consiste em rodar em torno de LT um objecto em 90° ou mais sobre um plano de rebatimento. O plano de rebatimento pode ser plano de projecção vertical/frontal, horizontal, incluindo os planos paralelos (nível e frente) ou lateral. Contudo, em muitos casos, os rebatimentos são feitos em planos de projecção vertical/frontal ou horizontal.

O rebatimento é feito em dois sentidos, sendo o segundo sentido chamado de inversão de rebatimento

Exemplo1: rebatimento de uma recta que pertence ao plano projectante horizontal (vertical)



O rebatimento pode ser feito, tanto para à esquerda, assim como à direita de LT, de acordo com o objectivo, como mostram os exemplos abaixo. A diferença entre as duas formas está relacionada apenas com a disponibilidade de espaço no plano de desenho e com o possível congestionamento de traços auxiliares que, havendo, podem perturbar a percepção e execução do desenho.



(Rebatimento para a esquerda e para direita)

5.3 Exercícios

1. Dada uma recta de nível n com 2 cm de cota que faz 30° com plano φ_0 , (a.e.).
 - a. Transforme a mesma em recta de topo com base no processo auxiliar de mudança de planos
2. É dado um segmento (PQ) da recta a definido pelos pontos P (-10; 20; 10) e Q (30; 40, 20).
 - a. Determine a verdadeira grandeza do segmento PQ transformando-o em segmento de recta de frontal com 3 cm de afastamento
3. É dado um segmento (AB) oblíquo definido pelos pontos A (20; 40; 10) e B (50, 10; 30).
 - a. Determine a verdadeira grandeza de AB, rebatendo o plano projectante frontal onde o segmento pertence para plano frontal de projecção.

6. Representação diédrica de figuras planas

6.1 Noções gerais

Representação diédrica é aquela que acontece em dois planos ortogonais de projecção (vertical/frontal e horizontal). É de figuras planas, quando as figuras projectadas são polígonos, cujas projecções (vertical/frontal e horizontal), são obtidas pela projecção de seus vértices em cada plano e posterior união com base no mesmo nome da projecção.

Em representação diédrica, a figura plana existente nos planos de projecção vertical/frontal e horizontal está em Verdadeira Grandeza (VG). Estão também em VG, as figuras planas existentes nos planos de nível e de frente por serem planos paralelos aos planos de projecção vertical/frontal e horizontal, respectivamente. Assim, as figuras planas existentes em planos projectantes vertical (topo), horizontal (vertical), perfil, etc. não estão em VG. Por isso, para efeitos de representação de sua VG é necessário recorrer a um método ou processo geométrico auxiliar por escolher, de acordo com a natureza do exercício.

Nota: Em qualquer plano onde a figura plana existe, está sempre em forma de segmento de recta e em VG no segundo plano de projecção.

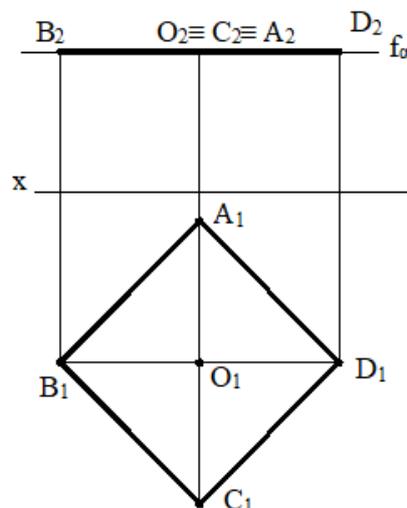
6.1.1 Exemplificação com polígono existente nos planos vertical/frontal e horizontal de projecção

Passos

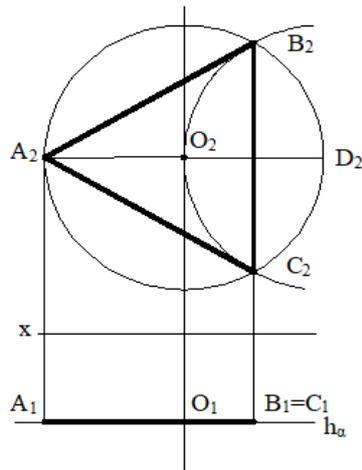
- 1º - Esboço do polígono pretendido.
- 2º - Representação dos vértices do polígono, conforme os dados das coordenadas.
- 3º - União das projecções do mesmo nome dos vértices no plano de projecção onde existe.

6.1.2 Polígono existente nos planos paralelos

Quadrado existente no plano de nível

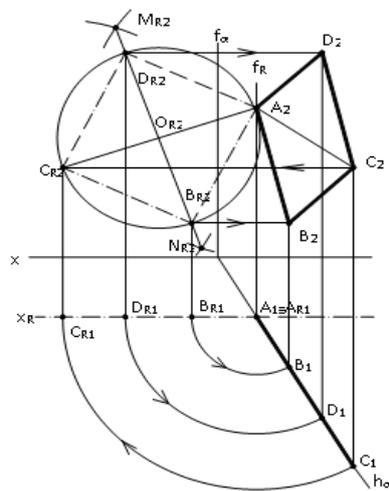


- ✓ Triângulo existente no plano de frente

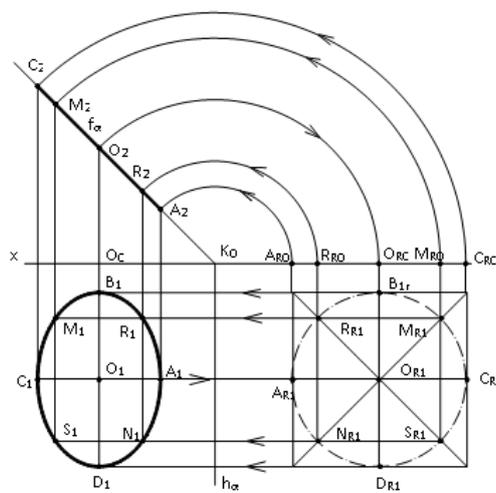


6.1.3 Polígono existente nos planos projectantes

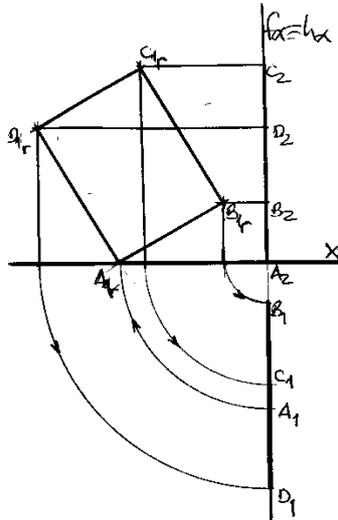
Quadrado existente no plano projectante horizontal (vertical)



Circunferência existente no plano projectante vertical (topo)



Rectângulo existente no plano de perfil



6.2 Exercícios

1. Os pontos A (10; 20; 20) e B (30; 50; 20) são dois vértices consecutivos de um hexágono regular ABCDEF, existente num plano de nível ou horizontal (α), existente no IQ. **A** está à esquerda de **B**. Desenhe as projecções do hexágono.

2. Desenhe as projecções de um triângulo equilátero **ABC** de lado igual a 50 e assente num plano vertical α que faz um diedro de 45° com φ_0 (a.e.).

- O vértice **A** tem cota nula e um afastamento de 15.

- O vértice **B** tem afastamento nulo.

7. Intersecção de dois planos

7.1 Definição

A intersecção entre dois planos é sempre uma recta que resulta da união dos traços do mesmo nome contidos nos pontos de contacto entre os planos.

Obtenção das projecções (vertical/frontal e horizontal) da recta resulta de:

União dos traços do mesmo nome contidos nos pontos de contacto entre os traços dos planos

União de um dos pontos do mesmo nome contido no ponto de contacto entre os traços dos planos para uma das projecções da recta, sendo que a segunda projecção obtém-se pelo traçado de uma direcção paralela ao (s) traço (s) do (s) plano (s) dado (s).

Nos casos em que os dois planos dados não se cruzam no plano de desenho, recorre-se ao **Método Geral** baseado no traçado de plano (s) auxiliar (es) que intersecta (m) os planos dados.

Importância da intersecção entre os planos

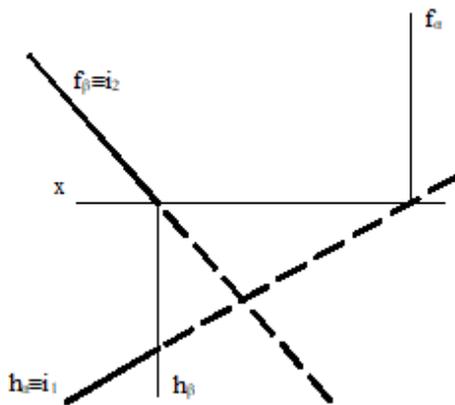
É utilizada para o aprofundamento do estudo dos capítulos anteriores em Geometria Descritiva.

7.2 Exemplificação

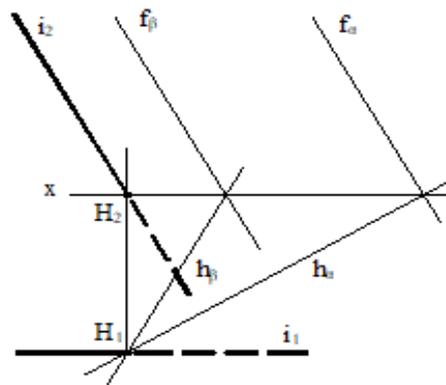
7.2.1 Intersecção entre dois planos que se intersectam dentro do plano de desenho em apenas um dos seus traços

Exemplo com planos projectantes vertical (topo) e horizontal (vertical)

Exemplo com planos oblíquos



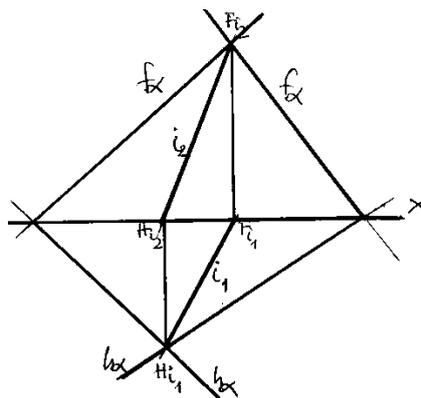
Planos de topo e vertical



Planos oblíquos

7.2.2 Intersecção entre dois planos que se intersectam dentro do plano de desenho em ambos traços

Exemplo com planos oblíquos



7.2.3 Intersecção entre dois planos que não se intersectam dentro do plano de desenho

Exemplo com planos de rampa

Descrição dos passos

Exemplo1: intersecção entre recta de nível e plano vertical

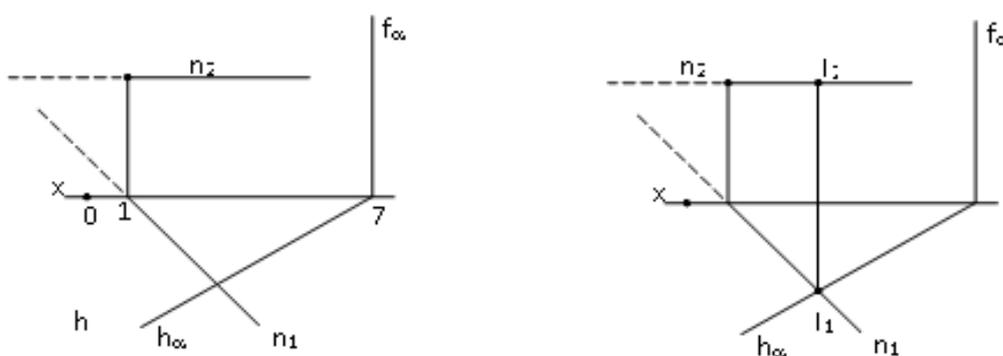
Passos

1º - Desenho das projecções da recta **n** e dos traços do plano **α** no plano de desenho, considerando que:

As projecções horizontais de todos os pontos de um plano vertical estão sobre o traço horizontal do plano.

O ponto **I** de intersecção da recta **n** com o plano **α** pertence simultaneamente à recta **n** e ao plano **α**, assim a sua projecção horizontal **I1** é o ponto de concorrência de **n1** com **hα**

2º - Traça-se a linha de chamada perpendicular ao eixo **x**, pelo ponto **I1** até encontrar a projecção frontal **n2** da recta **n**. Determina-se o ponto **I2** que é a projecção frontal do ponto de intersecção **I** no plano de desenho.



Exemplo2: Intersecção entre recta oblíqua e um plano de rampa α , sabendo que:

A recta oblíqua contém o ponto A (40; 20) e a sua projecção horizontal faz com o eixo **x** um ângulo de 45° (a.e.);

O traço horizontal da recta tem -25 de afastamento;

O traço horizontal do plano de rampa tem 40 de afastamento e o frontal tem 30 de cota.

Passos

1º - Representar as projecções da recta e do plano conforme os dados.

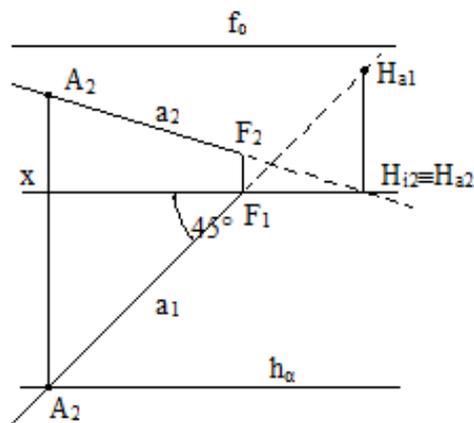
2º - Determinar a projecção horizontal **Ha1** do traço horizontal da recta **a** no plano de desenho, sobre a projecção horizontal **a1**, marca-se para cima do eixo **x** um ponto de afastamento de -25, a partir do qual se obtém o ponto pedido **Ha1**.

3º - Pelo ponto **Ha1**, traçar uma linha perpendicular ao eixo **x**, cuja intersecção com **x**, determina a projecção frontal **Ha2** do traço horizontal da recta **a**.

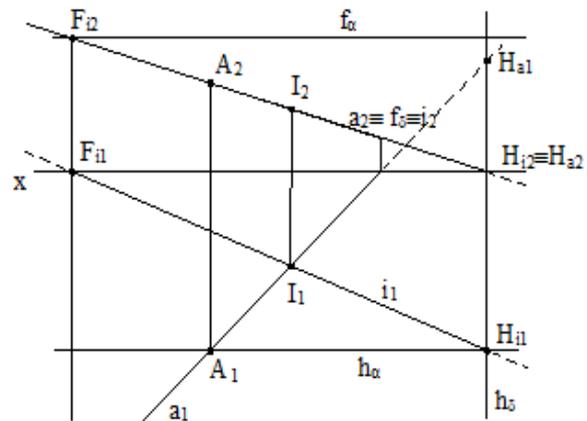
Unir **A2** com **Ha2**, para obter a projecção frontal **a2** da recta **a**.

4º - Determinar o ponto de intersecção da recta a com plano α recorrendo a um plano auxiliar de topo δ que contém a própria recta a

5º - O ponto de intersecção H_{i1} dos traços horizontais h_α e h_δ dos planos α e δ é a projecção horizontal do traço horizontal da recta comum i de dois planos α e δ , cuja projecção frontal H_{i2} situa-se no eixo x e coincide com H_{a2} .



Plano de rampa e recta oblíqua



Intersecção entre recta oblíqua e plano de rampa

7.4 Exercícios

1. É dada uma recta vertical v , com 10 de abcissa e 20 de afastamento. É dado, também, um plano oblíquo qualquer α definido pelos traços frontal e o horizontal concorrentes entre si num ponto com 50 de abcissa. Os traços do plano oblíquo qualquer α fazem ângulos de 30° e 40° com eixo x respectivamente (a.e.).

a. Determine as projecções do ponto I de intersecção da recta v com o plano α .

2. Dada uma recta r definida pelos pontos $A(0; 0; 10)$ e $B(30; 50; 40)$ e um plano α cujo traço horizontal é definido pelos pontos $M(30; 40; 0)$ e $N(70; 0; 0)$ e o traço frontal faz com o eixo x um ângulo de 30° (a.e.). Determine o ponto I de intersecção da recta r com o plano α

8. Representação diédrica de sólidos geométricos

8.1 Noções gerais

Tal como foi referenciado no tema sobre representação de formas planas ou figuras planas, a representação diédrica de sólidos geométricos está relacionada com a representação de sólidos tridimensionais designados poliedros, formas de revolução e não de revolução.

Poliedro É o sólido geométrico com três dimensões (comprimento, largura e altura), cujas faces são polígonos, podendo ser:

Prisma quando tem duas bases opostas e paralelas

Pirâmide quando tem uma base e um vértice oposto à base.

Os Elementos constituintes são: faces, arestas, vértices e eixo.

Exemplos

Prisma ou Pirâmide triangular - quando a base for um triângulo

Prisma ou Pirâmide quadrangular - quando a base for é um quadrado

Prisma ou Pirâmide pentagonal - quando a base for um pentágono

Prisma ou Pirâmide hexagonal - quando a base for um hexágono

Etc.

Forma ou figura de revolução

É o sólido geométrico constituído por faces curvas. A figura de revolução tem uma face e uma ou duas bases curvas (circunferência) perpendiculares ao eixo.

Os Elementos constituintes são: faces, arestas, vértices, eixo, directriz e geratriz.

Exemplos

Cone é uma figura de revolução com um vértice oposto a base

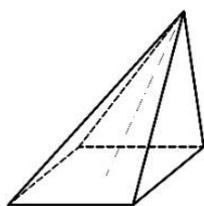
Cilindro é uma figura de revolução com duas bases opostas e paralelas.

O sólido geométrico pode ser recto ou oblíquo

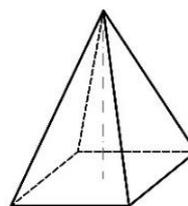
O sólido geométrico é recto - quando o eixo for perpendicular à base (face).

O sólido geométrico é oblíquo - quando o eixo for oblíquo à base (face).

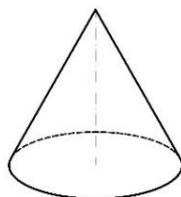
Nota: O sólido geométrico oblíquo com **base curva** chama-se **figura não de revolução**



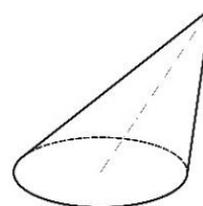
Pirâmide oblíquo



Pirâmide recto



Cone recto (forma de revolução)



Cone oblíquo (forma não de revolução)

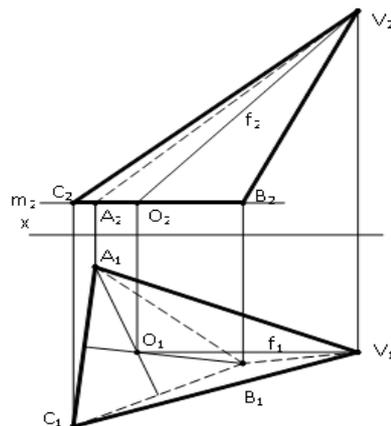
8.2 Representação diédrica dos sólidos geométricos

Na representação diédrica, o sólido geométrico fica sempre assente pela base no plano de referência, podendo ser plano de projecção vertical/frontal ou horizontal, de nível, de frente, projectante vertical (topo), projectante horizontal (vertical) ou de perfil.

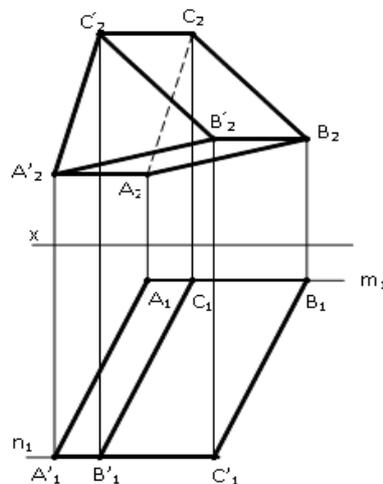
Para representar os sólidos geométricos usam-se os princípios estudados na representação de figuras planas. Como é do conhecimento, os polígonos ou figuras/formas planas existem em forma de segmento em todos planos (nível, frente, perfil, obliquo qualquer, topo e vertical), incluindo planos vertical/frontal ou horizontal.

Uma vez que o sólido sempre existe no primeiro plano pela base em forma de segmento, no segundo plano é representada a sua VG com recurso ao método ou processo auxiliar escolhido de acordo com a natureza do exercício.

No plano de nível a base é representada em forma de segmento de recta na projecção vertical/frontal e em verdadeira grandeza no plano horizontal.



No plano de frente, a base é representada em forma de segmento de recta na projecção horizontal e em verdadeira grandeza no plano vertical/frontal.



8.6. Exercícios

1. Desenhe as projecções de um cone oblíquo, existente no 1Q, sabendo que:

- A base existe no plano horizontal de projecção.
- O centro da base Q com 30 de raio tem 40 de afastamento.
- O vértice V (20;70) localiza-se numa linha de chamada que dista 60 para a direita do ponto Q.

1. Desenhe as projecções de um cilindro oblíquo, existente no IQ. Sabe-se que a sua base inferior está contida no plano horizontal de projecção. O centro da base inferior tem 25 de raio e situa-se num ponto Q (-30; 30; 0). O centro do superior é o ponto Q' (10; 50; 60).

9. Proposta de soluções

I. Representação do ponto

1. Represente no plano de desenho os seguintes pontos A (-30; 0; 30); B (0; 20; 0); C (10; 20; 10); D (25, -15; 15).

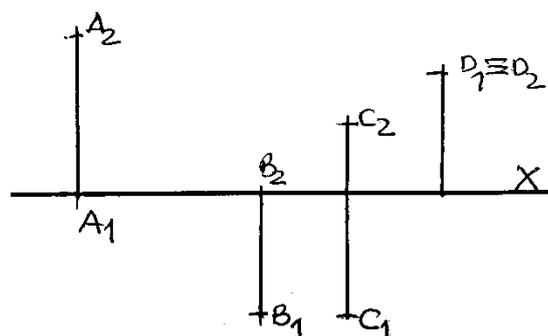
Solução

1º - Traçar o eixo x.

2º - Marcar abcissa nula como referência para as restantes coordenadas.

Atenção: Considerar os lugares geométricos, em relação ao eixo x, das coordenadas de acordo com o sinal.

Coordenadas	IQ	IIQ	IIIQ	IVQ
Afastamento	+ ↘	- ↗	- ↗	+ ↗
Cota	+ ↗	+ ↗	- ↘	- ↘



a) Em que lugar geométrico se localiza cada um deles?

A - SPFS

B - SPHA

C - IQ 1º Octante

D - II Q B_{2/4}

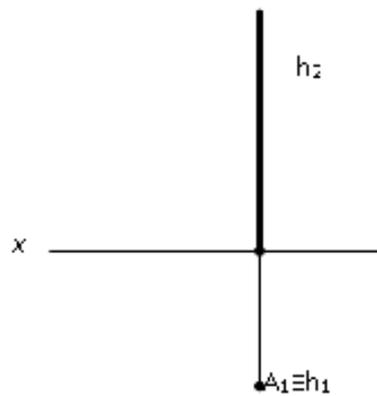
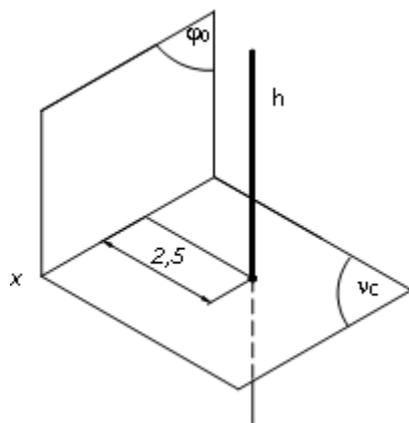
2. Os pontos **A**, **B**, **C** e **D** pertencem à mesma projectante horizontal **h** que dista 25 de φ_0 .
 Desenhe as projecções destes pontos, sabendo que:

- a. O ponto **A** é do IV quadrante e pertence a $\beta_{2/4}$;
- b. O ponto **B** é do III quadrante e pertence a $\beta_{1/3}$;
- c. O ponto **C** pertence ao plano horizontal de projecção (SPHP);
- d. O ponto **D** pertence ao II quadrante 4º octante.

Pergunta 2

A resolução deste tipo de exercícios deve ser com base nos conhecimentos seguintes:

- Noção de projectante horizontal e as suas características;
- Noção de diedros e bissectores;
- Relações das coordenadas dos pontos no espaço com a sua posição nos diedros e octantes.



4. Represente os lugares geométricos dos pontos abaixo e atribua-lhes coordenadas de abcissa, afastamento e cota à escolha.

- E - IQ 1º octante; F - II Q 3º octante; G - III Q 6º octante; H - SPFI; I - IQ 7º octante; J - LT; L - SPFS; M - SPHP; N - IVQ - $\beta_{2/4}$.

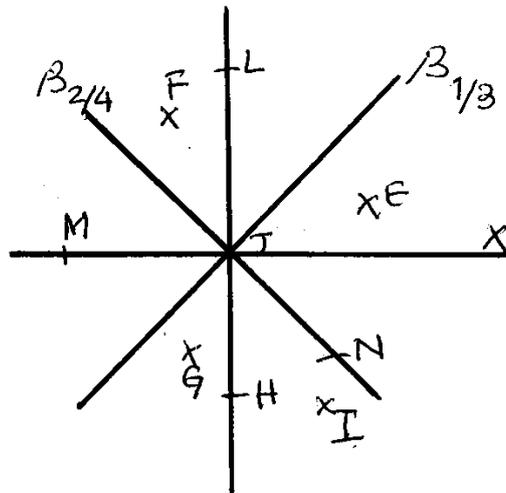
Solução

1º - Traçar os planos de projecção e bissectores de preferência em forma de perfil ou em forma de um traço

2º - Marcar o lugar geométrico de cada ponto

Atenção: Considerar a tabela

	IQ		IIQ		IIIQ		IVQ	
	Octane		Octante		Octante		Octante	
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º
Afastamento	>	<	<	>	>	<	<	>
Cota	<	>	>	<	<	>	>	<



II. Representação da recta

1. Represente no plano de desenho as projecções da recta a definida pelos pontos A (30; 30; -40) e B (70;10; 30).

a. Faça o estudo completo da recta.

Solução

1º - Determinar as projecções frontais e horizontais dos pontos A e B

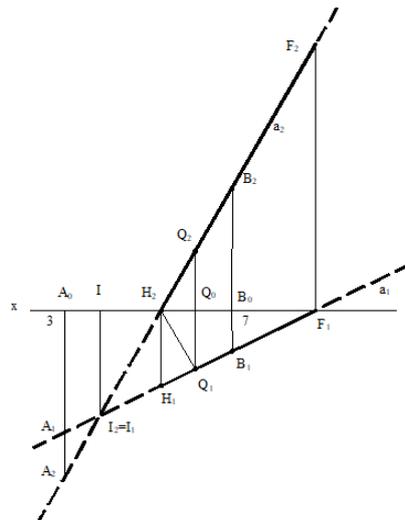
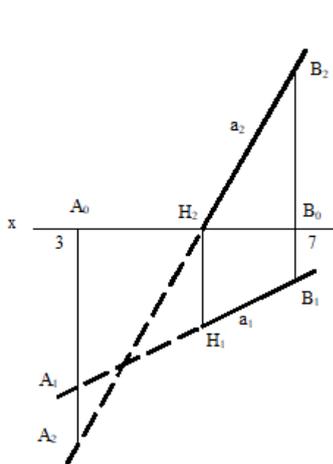
2º - Unir as projecções do mesmo nome nos pontos A e B para determinar as projecções frontal e horizontal da recta a

3º - Marcar o ponto notável I na intersecção entre as projecções frontal e horizontal da recta (este lugar é de intersecção da recta a com o B2/4)

4º - Marcar o ponto Q onde as coordenadas de afastamento e cota são simétricas (afastamento e cota iguais)

5º - Marcar respectivamente, os pontos H e F onde as projecções frontal e horizontal intersectam o eixo x.

6º - A recta atravessa II, I e IV quadrantes, sendo visível apenas no IQ e invisível no II e IV quadrantes



2. Desenhe as projecções duma recta **n** de nível de cota 1,5 cm que faz um ângulo de 30° com plano φ_0 , abertura para a direita (a.d.).

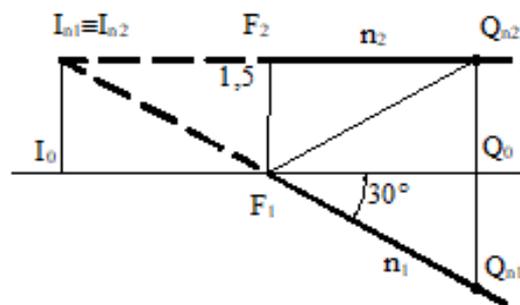
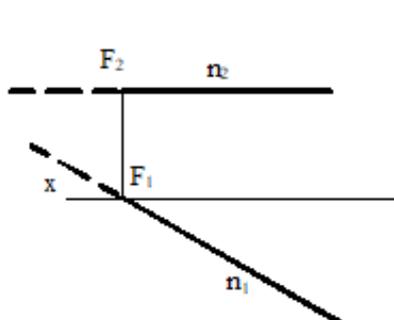
- Determine os traços da recta no plano φ_0 ; $\beta_1/3$ e $\beta_2/4$;

Solução

1º - Traçar as projecções frontal e horizontal da recta de nível com base nos dados.

2º - Marcar o ponto F onde a projecção horizontal o eixo x

3º - Marcar o ponto Q onde as projecções de afastamento e cota são simétricas (afastamento e cota iguais).



III. Representação do plano

1. Sabendo que as rectas **a** oblíqua qualquer e **b** de frente, concorrentes no ponto C, definem o plano α , determine os seus traços sabendo que:

a. O ponto C tem as seguintes coordenadas (0;35;20)

b. Para além do ponto, C a recta **a** também é definida pelo ponto **A** (-25; 5; 50);

c. A projecção frontal da recta **b**, faz com o eixo x, um ângulo de 75° (a.d.).

d. como se chama o plano α

Solução

1º - Determinar as projecções frontais e horizontais dos pontos **C** e **A** contidos nas rectas **a** e **b** que definem o **plano α** . (Vide Fig1).

2º - Unir as projecções do mesmo nome para obter as rectas **a** e **b**. (Vide Fig1).

3º - Marcar o ponto **F** onde a projecções horizontais das rectas **a** e **b** intersectam o eixo **x** (considere que a recta de frente não tem traço frontal). (Vide fig2).

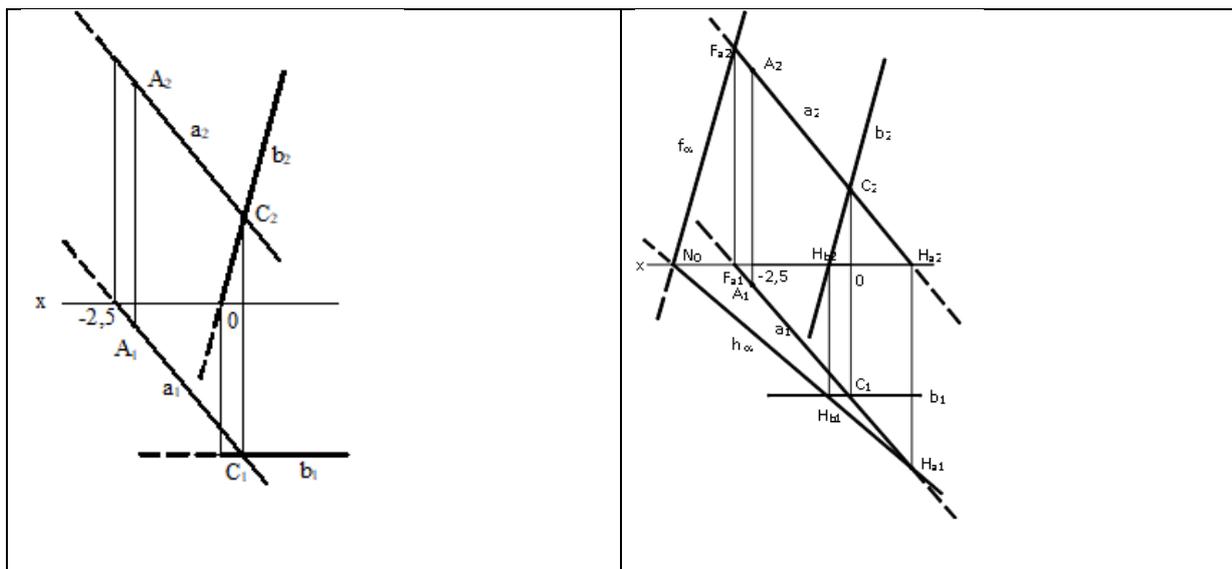
4º - Marcar o ponto **H** onde a projecções frontais das rectas **a** e **b** intersectam o eixo **x**. (Vide fig2).

5º - Unir as projecções horizontais do ponto **H** das rectas **a** e **b** para obter o traço horizontal do **plano α** . (Vide fig2).

6º - Unir a projecção frontal do ponto **F** da recta **a** com o ponto de intersecção do traço horizontal do **plano α** com o eixo **x** para obter o traço frontal do **plano α** . (Vide fig2).

7º - Os traços f_α e h_α definem o plano α . (Vide fig2).

8º- O plano α é plano obliquo qualquer.



1. Determine os traços de um plano definido por duas rectas de frente, **fa** e **fb**, de afastamento -20 e 15, respectivamente. As suas projecções verticais fazem ângulos de 30° com a linha de terra (a.d.) e as projecções verticais dos traços horizontais distam 35 entre si.

Solução

1º - Determinar as projecções frontais e horizontais das rectas de frente **a** e **b**.

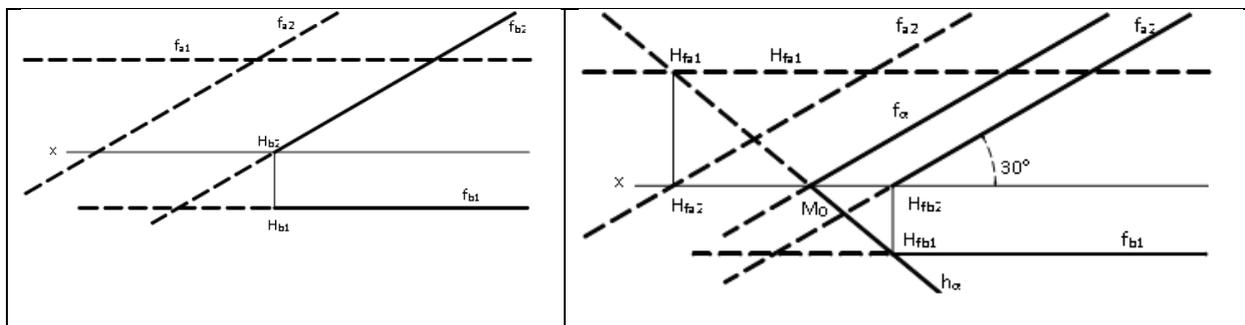
Atenção: Considerar que a recta de frente **a** por ser de afastamento negativo é invisível em toda a sua extensão.

2º - Marcar os pontos **H_a** e **H_b** nos pontos de intersecção das projecções frontais das rectas **f_a** e **f_b** com o eixo **x**.

Atenção: Considerar que a recta de frente não intersecta o plano frontal, por isso não tem traço frontal.

3º - Unir as projecções horizontais do traço **H** das rectas **f_a** e **f_b** para obter a projecção do traço horizontal (**H α**) do plano definido pelas duas rectas.

4º - Traçar uma paralela às projecções frontais das recta **a** e **b**, pelo ponto (**M_o**) de contacto entre o eixo **x** e o traço horizontal (**H α**) do plano definido pelas rectas **a** e **b**.



IV. Processo geométricos auxiliares

1. Dada uma recta de nível **n** com 2 cm de cota que faz 30º com plano φ_0 , (a.e.).

a. Transforme a mesma em recta de topo com base no processo auxiliar de mudança de planos

Solução

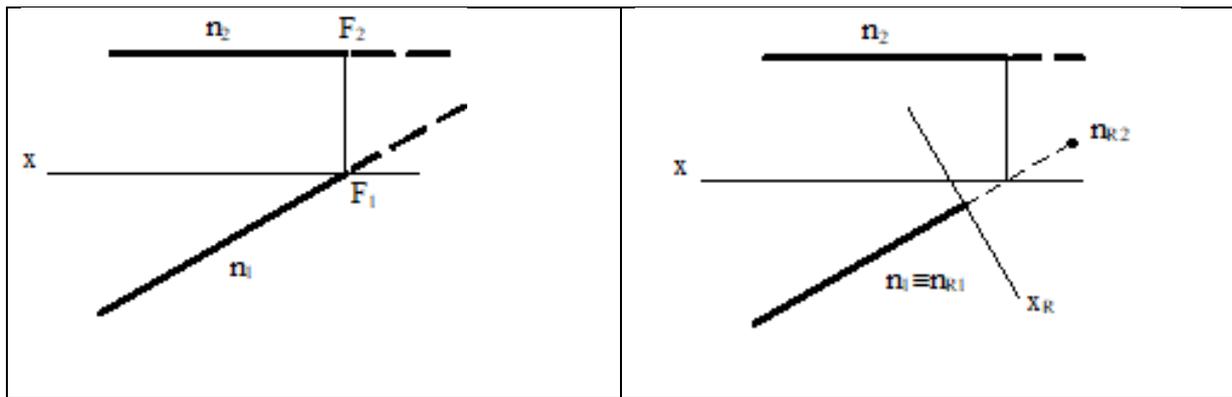
1º - Determinar as projecções frontal e horizontal da recta de nível **n** segundo os dados. (fig xxx)

2º - Marcar o ponto de contacto **F** da projecção horizontal da recta de nível **n** com o eixo **x**.

Atenção: A recta de nível não intersecta o plano horizontal, por isso não tem traço horizontal.

3º - Marcar por um ponto qualquer na projecção horizontal da recta de nível **n**, um novo eixo **x_R** perpendicular a projecção horizontal da recta de nível **n**.

Atenção: Considerar que na mudança do plano frontal as cotas não se alteram



1. É dado um segmento (PQ) da recta **a** definido pelos pontos P (-10; 20; 10) e Q (30; 40, 20).

a. Determine a verdadeira grandeza do segmento PQ transformando-o em segmento de recta de frontal com 3 cm de afastamento.

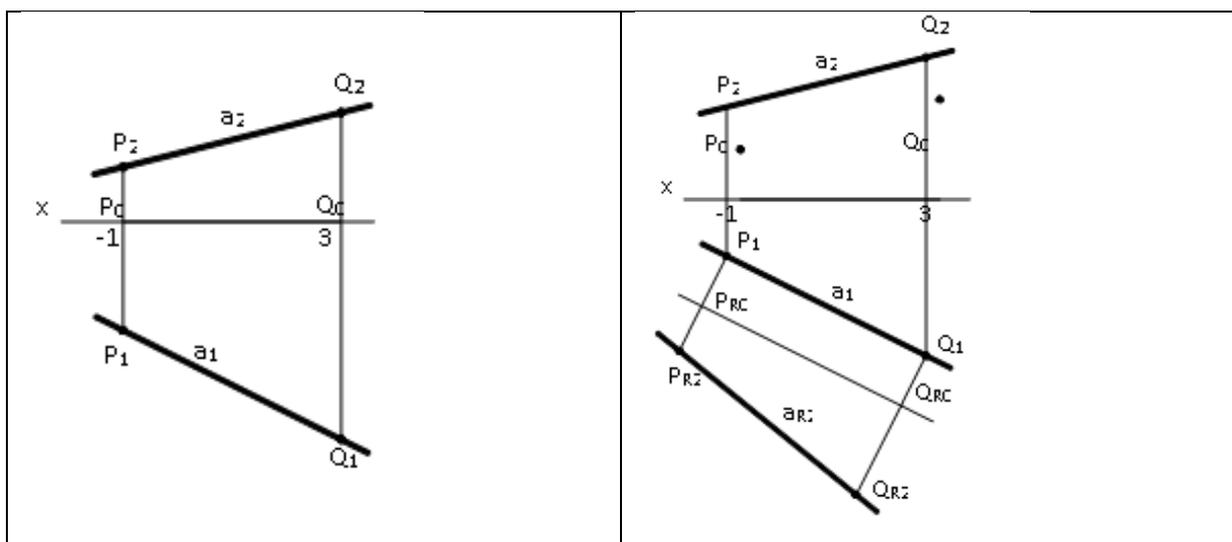
Solução

1º - Determinar as projecções frontal e horizontal do segmento de recta (PQ) da recta **a** definida pelos P e Q.

2º - Traçar a uma distância qualquer um novo eixo **x** paralelo a projecção horizontal a_1 da recta **a** definida pelos pontos P e Q.

3º - Traçar perpendiculares com o novo eixo **x** a partir dos pontos P_1 e Q_1 .

4º - Marcar a partir dos pontos P_{RC} e Q_{RC} as cotas dos pontos P_{R2} e Q_{R2} transportados da fig



3. É dado um segmento de recta (AB) oblíquo definido pelos pontos A (20; 40; 10) e B (50, 10; 30).

a. Determine a verdadeira grandeza de AB, por rebatimento do plano projectante frontal onde o segmento pertence para plano frontal de projecção.

Solução

1º - Determinar as projecções frontal e horizontal do segmento de recta (AB).

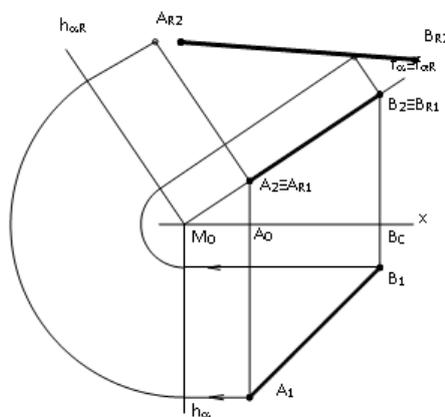
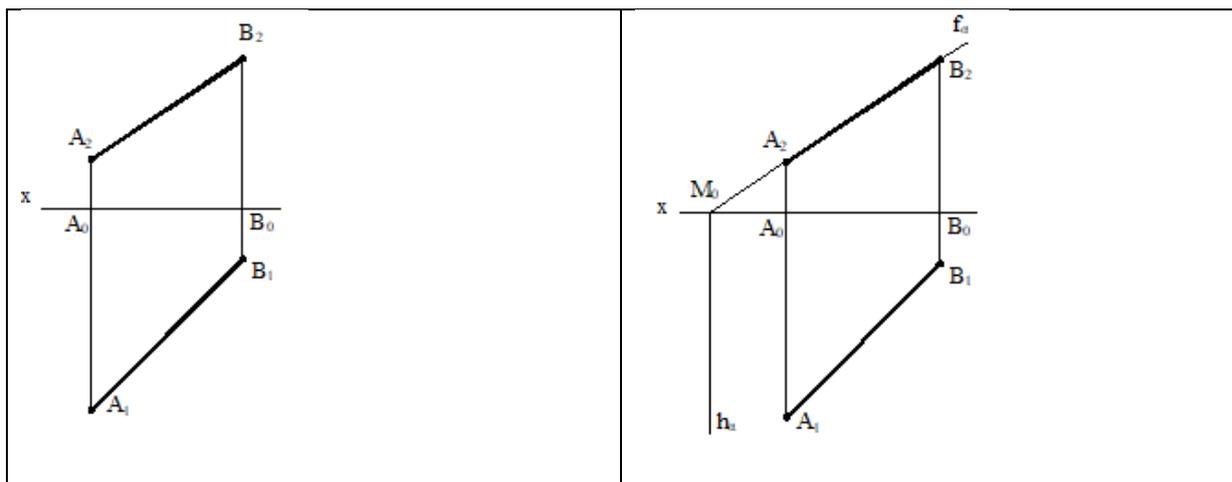
2º- Traçar o plano projectante frontal contendo o segmento de recta (AB).

3º - Traçar linhas auxiliares perpendiculares ao traço horizontal do plano projectante a partir dos pontos B_1 e A_1 .

4º - Traçar arcos de circulo a partir dos pontos de intersecção entre as linhas auxiliares e o traço horizontal do plano projectante até a perpendicular ($h_{\alpha R}$) pelo ponto M_0 do traço frontal do plano projectante.

5º- Traçar linhas auxiliares paralelas até intersectarem as perpendiculares pelos pontos A_2 e B_2 para obter os pontos A_{R2} e B_{R2} .

6º . Unir os pontos A_{R2} e B_{R2} para obter a VG do segmento AB.



V. Representação diédrica de figuras planas

1. Os pontos A (10; 20; 20) e B (30; 50; 20) são dois vértices consecutivos de um hexágono regular ABCDEF, existente num plano de nível ou horizontal (α), existente no IQ. **A** está à esquerda de **B**. Desenhe as projecções do hexágono.

Solução

1° - Determinar as projecções frontais e horizontais dos pontos **A** e **B** (vértices consecutivos do hexágono)

Atenção: As projecções frontais de A e B estão sobre o traço frontal do plano de nível ou horizontal (α).

2° - Unir as projecções de afastamento dos pontos A e B para obter a lado AB do hexágono. Reparar que o lado **AB** do hexágono é de nível/horizontal.

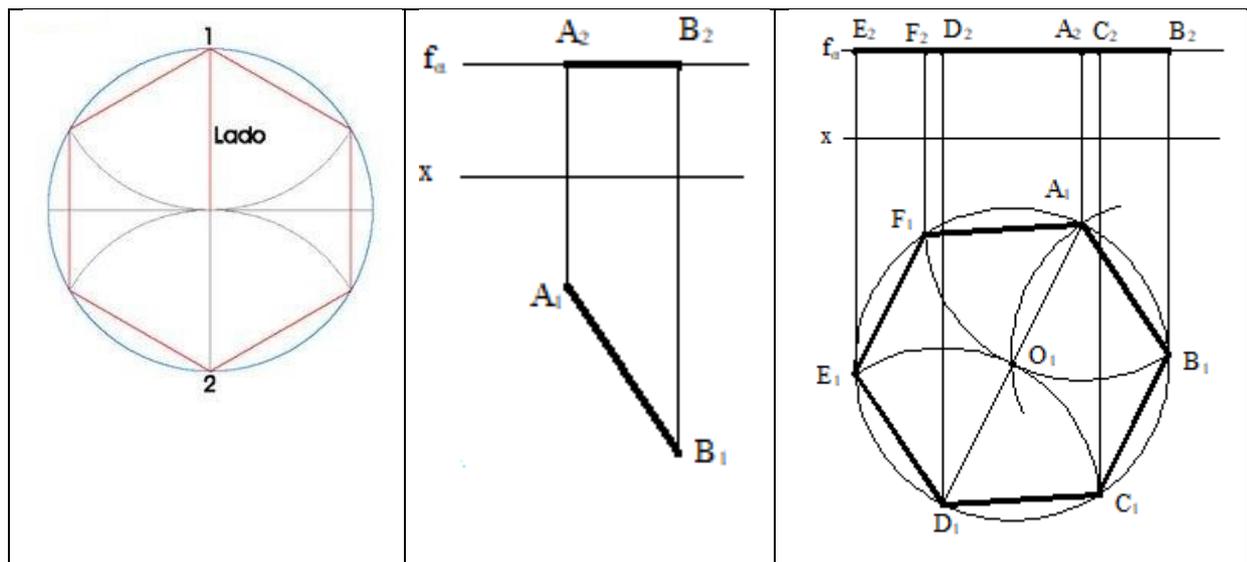
3° - Traçar uma circunferência de raio igual ao lado AB.

4° - Traçar o hexágono com base no método específico para obter os vértices horizontais dos pontos C, D, E e F.

5° - Traçar perpendiculares pelos referidos pontos para obter projecções frontais no traço frontal do plano de nível.

6° - Unir os pontos A, B, C, D, E e F para obter o hexágono.

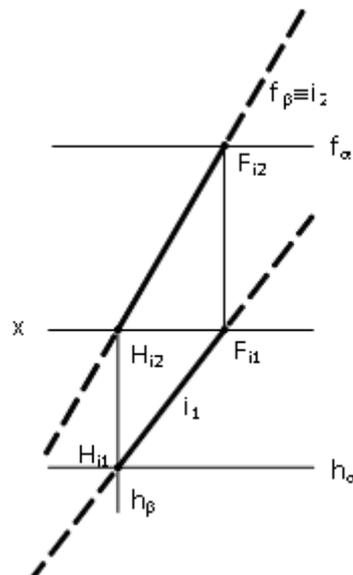
7° - Método construtivo do hexágono



2. Desenhe as projecções de um triângulo equilátero ABC de lado igual a 50 e assente num

Solução

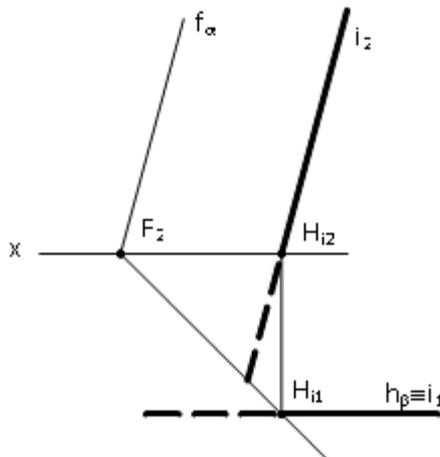
- 1º - Traçar os planos de rampa α e projectante vertical (topo) β segundo os dados.
- 2º - Marcar os pontos de intersecção entre os planos, designadamente $(F_{i2}; F_{i1})$ e $(H_{i2}; H_{i1})$
- 3º - Unir as projecções do mesmo nome $(F_{i2}; H_{i2})$ e $(F_{i1}; H_{i1})$ para obter as projecções frontal e horizontal da recta I de intersecção entre os planos de rampa α e projectante vertical (topo) β



2. Determine a recta de intersecção entre um plano oblíquo qualquer α com um plano de frente β . Os traços horizontal e frontal do plano oblíquo fazem, respectivamente com o eixo x , ângulos de 45° e 75° (a.d.). O plano de frente tem 30° de afastamento.

Solução

- 1º- Traçar os planos de oblíquo qualquer α e de frente β segundo os dados.
 - 2º- Marcar o ponto de intersecção entre os planos $(H_{i2}$ e $H_{i1})$.
- Atenção:** Considerar que o plano de frente não intersecta o plano frontal por isso não tem traço frontal.
- 3º- Porque os planos dados apenas se intersectam no plano horizontal, para obter a recta de intersecção i bastará traçar paralelas ao traço frontal do plano oblíquo qualquer i_2 e ao traço horizontal do plano de frente i_1 que coincide com o traço horizontal do plano de frente.
 - 4º- As linhas i_2 e i_1 são respectivamente projecções frontal e horizontal da recta i de intersecção entre os planos oblíquo qualquer α e de frente β .



VII. Intersecção entre recta e plano

1. É dada uma recta vertical v , com 10 de abcissa e 20 de afastamento. É dado, também, um plano oblíquo qualquer α definido pelos traços frontal e o horizontal concorrentes entre si num ponto com 50 de abcissa. Os traços do plano oblíquo qualquer α fazem ângulos de 30° e 40° com eixo x respectivamente (a.e.).

a. Determine as projecções do ponto I de intersecção da recta v com o plano α .

Solução

1º - Traçar segundo os dados a recta projectante vertical v e o plano oblíquo qualquer α (fig).

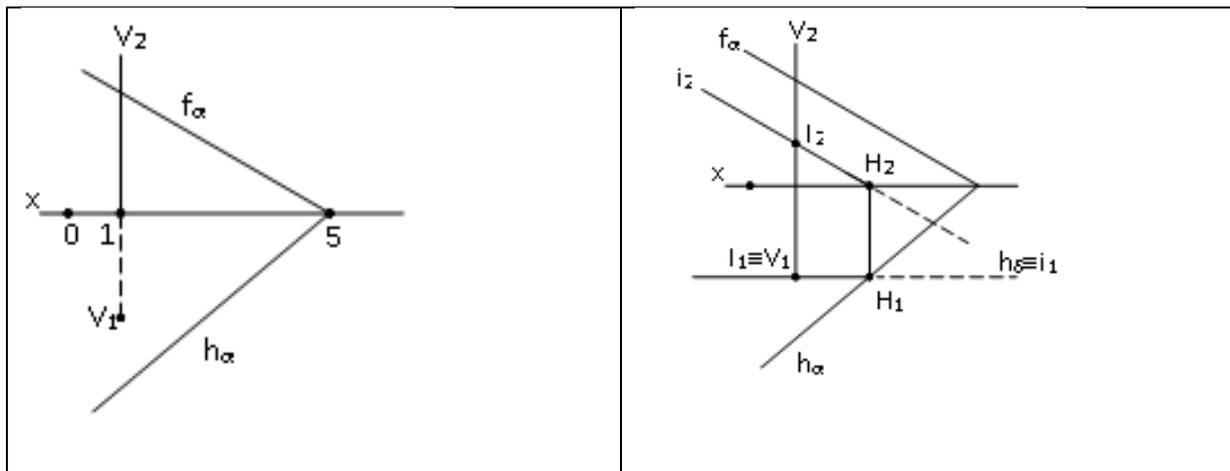
2º - Traçar um plano auxiliar de frente h_δ pelo ponto v_1 .

3º - Marcar o ponto H_1 de contacto entre os traços horizontais dos planos oblíquo qualquer α e plano auxiliar de frente δ .

4º - Traçar a recta i resultante da intersecção entre os planos oblíquo qualquer α e plano auxiliar de frente δ pelos pontos H_1 e H_2 onde:

- A projecção frontal i_2 é paralela ao traço frontal f_α
- A projecção horizontal i_1 é paralela (coincidente) ao traço horizontal h_δ do plano auxiliar de frente δ

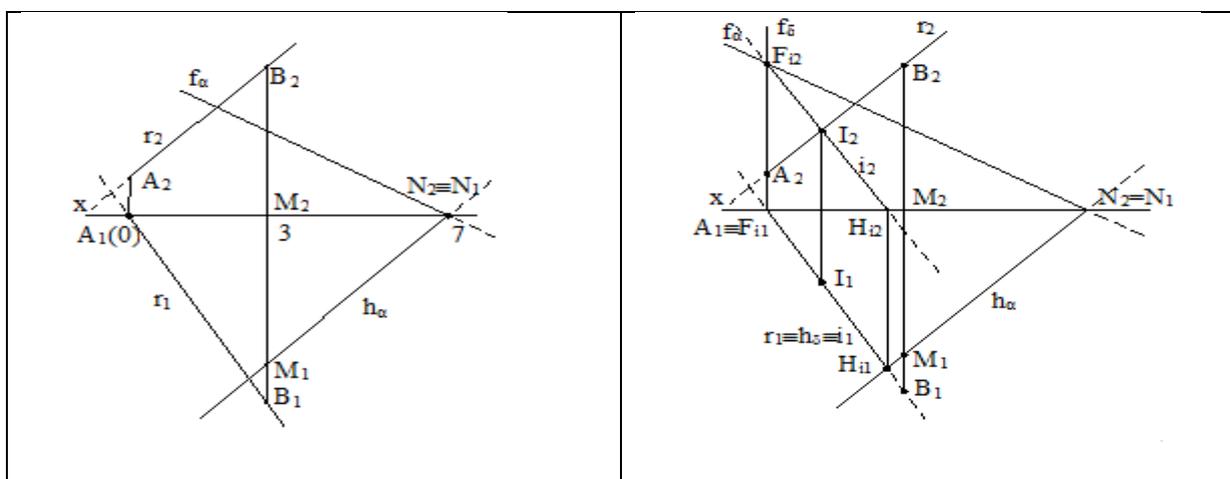
5º - As projecções I_2 e I_1 na recta vertical correspondem ao ponto de intersecção da recta v com o plano α .



1. Dada uma recta r definida pelos pontos $A (0; 0; 10)$ e $B (30; 50; 40)$ e um plano α cujo traço horizontal é definido pelos pontos $M (30; 40; 0)$ e $N (70; 0; 0)$ e o traço frontal faz com o eixo x um ângulo de 30° (a.e.). Determine o ponto I de intersecção da recta r com o plano α

Solução

- 1º - Traçar, segundo os dados, a recta oblíqua qualquer r e o plano oblíquo qualquer α (fig).
- 2º - Traçar um plano auxiliar projectante vertical δ contendo a projecção horizontal da recta r (r_1 coincidente com h_δ).
- 3º - Marcar os pontos (H_{r1} ; H_{r2}) e (F_{r1} ; F_{r2}) de contacto entre os traços dos planos oblíquo qualquer α auxiliar vertical δ .
- 3º - Unir as projecções do mesmo nome (H_{r1} com F_{r1}) e (H_{r2} com F_{r2}) para obter projecções horizontal e frontal da recta i .
- 4º - O ponto I de intersecção da recta r com o plano oblíquo qualquer α resulta do ponto de contacto entre as projecções frontais e horizontais das rectas r e i .



VIII. Representação diédrica de sólidos geométricos

1. Desenhe as projecções de um cone oblíquo, existente no 1Q, sabendo que:

- A base existe no plano horizontal de projecção.
- O centro da base Q com 30 de raio tem 40 de afastamento.
- O vértice V (20;70) localiza-se numa linha de chamada que dista 60 para a direita do ponto Q.

Solução

1º - Traçar o plano onde o sólido existe

Atenção: Considerar que o cone oblíquo não é sólido de revolução, exactamente por possuir um eixo oblíquo à base, apesar de ter base e face curvas e um vértice oposto à base.

2º - Traçar projecções frontal e horizontal do centro Q da base do cone oblíquo.

3º - Traçar a circunferência da base com 30 de raio e 40 de afastamento.

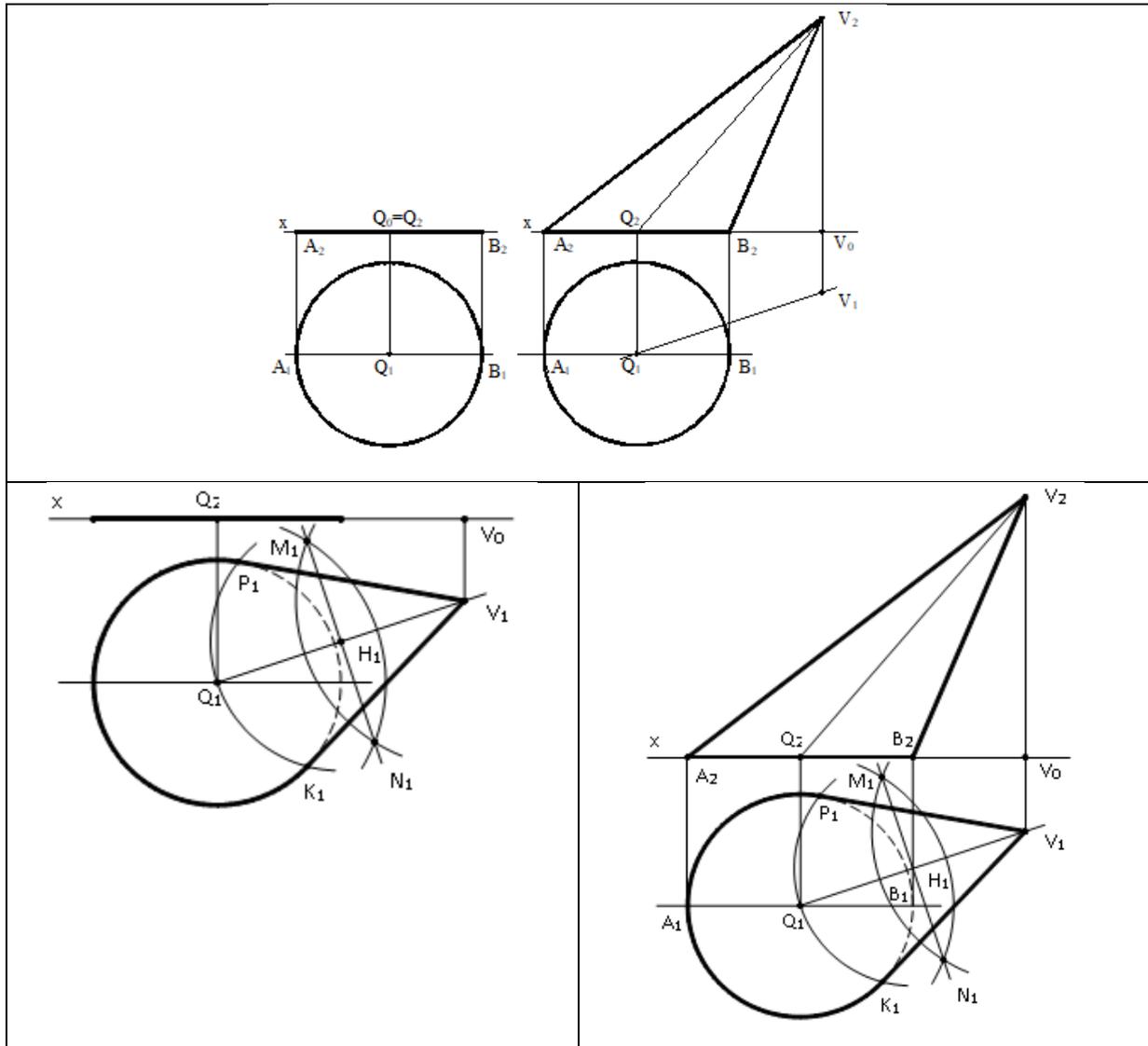
4º - Traçar as projecções frontal e horizontal do vértice à direita do ponto Q na distância referida.

5º - Por ser cone oblíquo em vista superior uma parte da base não será visível, por isso deve-se determinar tal parte da seguinte forma:

- achar a mediatriz do segmento Q_1V_1 .
- do ponto H_1 traçar o arco de raio H_1Q_1 para determinar os pontos P_1 e K_1 .
- o segmento P_1K_1 corresponde a a parte invisível da base do cone.

6º - Unir as projecções do mesmo nome dos pontos Q_2 e V_2 para obter as projecções frontal e horizontal do eixo do cone oblíquo.

7º - Unir as projecções do mesmo nome dos pontos A, B e V para obter as projecções frontal e horizontal do cone oblíquo.



2. Desenhe as projecções de um cilindro oblíquo, existente no IQ. Sabe-se que a sua base inferior está contida no plano horizontal de projecção. O centro da base inferior tem 25 de raio e situa-se num ponto Q (-30; 30; 0). O centro do superior é o ponto Q' (10; 50; 60).

Solução

1º - Traçar o plano onde o sólido existe.

Atenção: Considerar que o cilindro oblíquo não é sólido de revolução, exactamente por possuir um eixo oblíquo à base, apesar de ter base e face curvas.

2º - Traçar a circunferência da base inferior conforme os dados do exercício.

3º - Marcar as projecções frontal e horizontal do ponto Q_1 centro da base superior do cilindro.

4º - Traçar pelo ponto Q_1 a circunferência da base superior do cilindro.

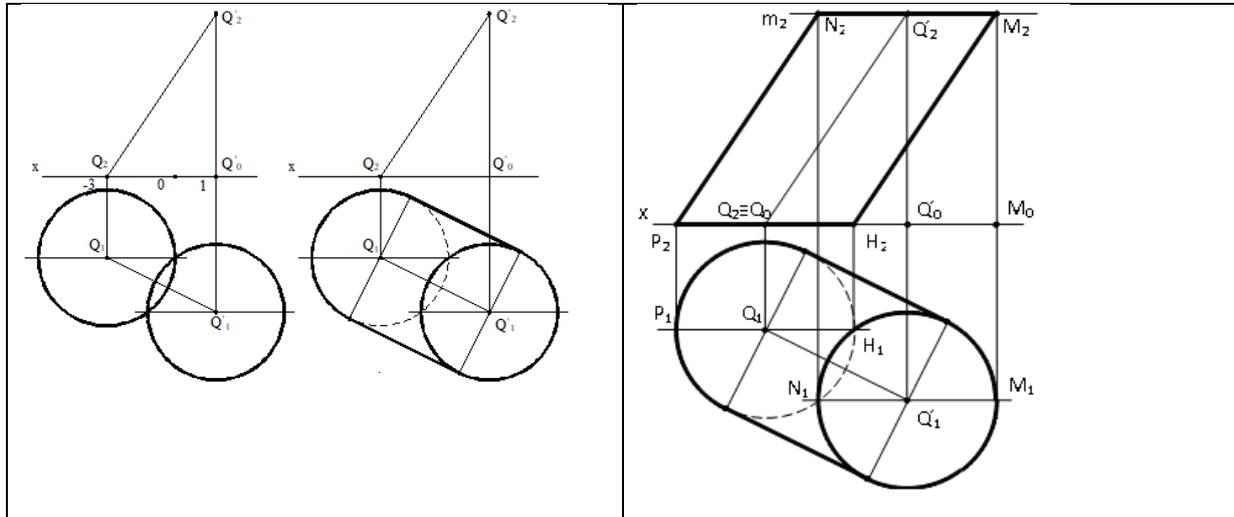
5º - Traçar tangentes às circunferências (bases inferior e superior) do cilindro em pontos

perpendiculares entre as tangentes e os diâmetros de circunferências das bases inferior e superior.

6º - Traçar uma recta m_2 paralela ao eixo x pelo ponto Q'_2 .

7º - Marcar nessa paralela as projecções frontais (N_2 e M_2) dos pontos N e M.

8º - Unir as projecções frontais (N_2 ; P_2) e (M_2 ; H_2) para obter geratrizes do cilindro.



10. BIBLIOGRAFIA

SANT'ANA, Stella e GOMES, Berta - *Exercícios de Desenho e Geometria Descritiva 11º Ano de Escolaridade*; Porto Editora, Lda; Porto; Portugal; 1990.

COSTA, João - *Geometria Descritiva 10/11 A*, Areal Editora; Lisboa; Portugal.

NHANG, Luu Van e NHANGUMBE, Abrão - *Desenho e Geometria Descritiva - 11ª classe- Guião de exercícios*; Maputo; 2013.

FALCÃO, Alexandre - *Desenho e Geometria Descritiva 10º Ano/A*; Porto Editora, Lda; Porto; Portugal; 1993.

SOUSA Moreira - *Geometria Descritiva 12º Ano-1*; Plátano Editora; Lisboa.

6. SOARES, Óscar e CARVALHO, Luís Filipe - *Desenho e Geometria Descritiva-B 12o Ano*; Texto Editora, Lda; Lisboa; 1995.

7. <https://es.scribd.com>>presentation

8. YouTube. *Geomteria Descritiva* online