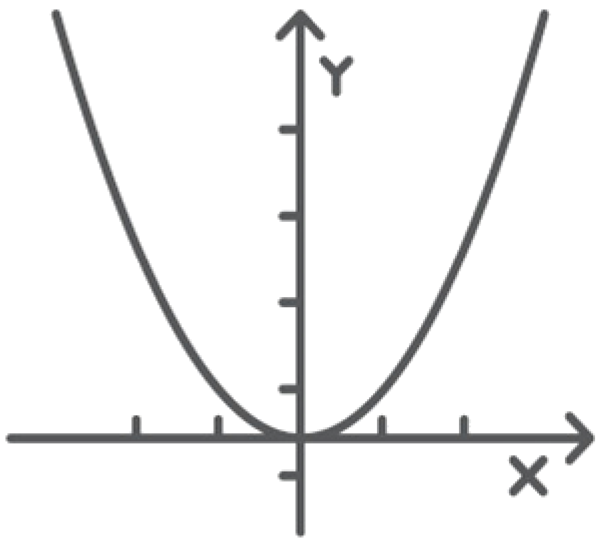
REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO
DIRECÇÃO NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

MATEMÁTICA

9ª Classe

O meu caderno de actividades



STOP Sida

STOP Covid-19

FICHA TÉCNICA

Título:	O meu caderno de actividades de Matemática – 9ª classe
Direcção:	Gina Guibunda & João Jeque
Coordenação Geral:	Manuel Biriate
Elaboradores:	Anselmo Chuquela
Concepção gráfica da capa:	Hélder Bayat, Bui Nguyet & Manuel Biriate
Layout:	Hélder Bayat
Impressão e acabamentos:	MINEDH
Revisão Técnica:	João Sapatinha & Cláudio Monjane
Revisão Linguística	Rui Manjate
Tiragem:	xxx exemplares.

PREFÁCIO

No âmbito da prevenção e mitigação do impacto da COVID-19, particularmente no processo de ensino-aprendizagem, o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano concebeu um conjunto de medidas que incluem o ajuste do plano de estudos, os programas de ensino, bem como a elaboração de orientações pedagógicas a serem seguidas para a melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem.

Neste contexto, foi elaborado o presente Caderno de Actividades, tendo em consideração os diferentes conteúdos programáticos nas diferentes disciplinas leccionadas no Ensino Secundário. Nele é proposto um conjunto alargado de actividades variadas, destinadas a complementar as acções desenvolvidas na aula e também disponibilizar materiais opcionais ao desenvolvimento de competências pré-definidas nos programas.

A concepção deste Caderno de Actividades obedeceu à sequência e objectivos dos programas de ensino que privilegiam o lado prático com vista à resolução dos problemas do dia-a-dia e está estruturado em três (3) partes, a saber: I. Síntese dos conteúdos temáticos de cada unidade didáctica; II. Exercícios; III. Tópicos de correcção/resolução dos exercícios propostos.

Acreditamos que o presente Caderno de Actividades constitui um instrumento útil para o auto-estudo e aprimoramento dos conteúdos da disciplina ao longo do ano lectivo. O mesmo irá permitir desenvolver a formação cultural, o espírito crítico, a criatividade, a análise e síntese e, sobretudo, o desenvolvimento de habilidades para a vida.

As actividades propostas no Caderno só serão significativas se o caro estudante resolvê-las adequadamente, com a mediação imprescindível do professor.

"Por uma Educação Inclusiva, Patriótica e de Qualidade!"

CARMELITA RITA NAMASHULUA
MINISTRA DA EDUCAÇÃO E
DESENVOLVIMENTO HUMANO

ÍNDICE

UNIDADE TEMÁTICA I NÚMEROS REAIS E RADICIAÇÃO

I. RESUMO

1.1. Números Racionais – Revisão

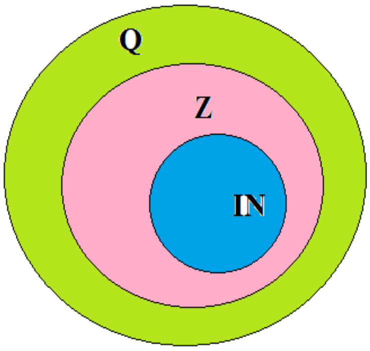
O Conjunto dos números racionais é formado pelos números inteiros relativos incluindo as fracções de termos inteiros e é representado pela letra Q.

Simbolicamente: $Q = Z \cup \{fracções\ de\ termos\ inteiros\}$

1.1.1 Subconjuntos de Q

Constituem principais subconjuntos de **Q** os seguintes conjuntos:Q^+; Q^-; $Q_{0;}^+ Q_0^-$.

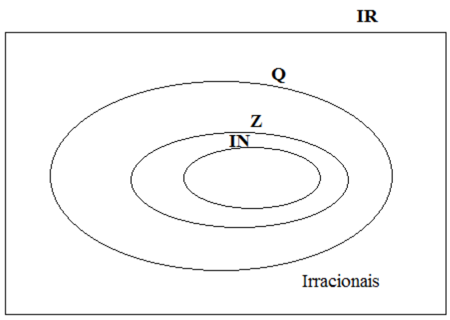
- Q^+ Conjunto dos números racionais positivos;
- Q^- Conjunto dos números racionais negativos;
- Q_0^+ Conjunto dos números racionais não negativos;
- Q_0^- Conjunto dos números racionais.



São também subconjuntos do conjunto dos números racionais o conjunto dos números naturais **(**N**),** o conjunto dos números inteiros relativos (Z) incluindo os seus subconjuntos.

1.2. Números Reais

Como já vimos, os números racionais são todos aqueles que podem representar-se na forma de fracção de termos inteiros. Existem outros tipos de números que não se podem representar sob a forma de fracções de termos inteiros, por exemplo:



$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730950488016887242097 \ldots$

$\sqrt[3]{4} = 1{,}4422495703074083823216383107801 \ldots$

$\pi = 3{,}1415926535897932384626433832795 \ldots$

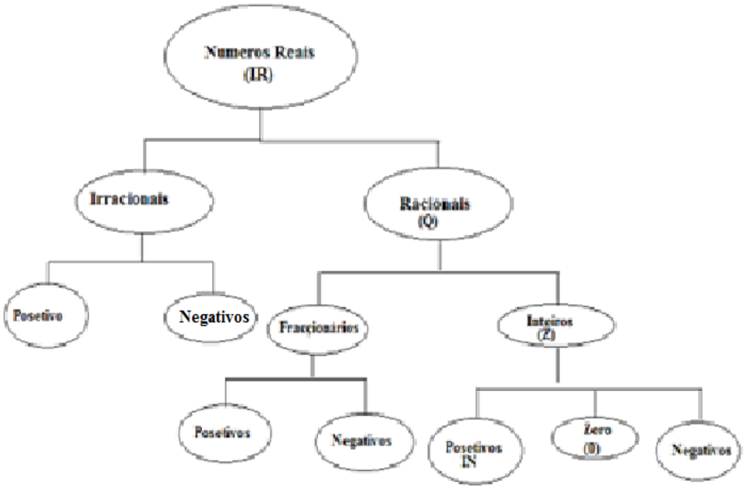
Estes números são chamados ***irracionais***.

O conjunto formado pelos números racionais e irracionais chama-se ***conjunto dos números reais*** e representa-se por ***IR***.

$$IR = Q \cup \{Irracionais\}$$

Consequentemente, na recta os números reais, encontraremos números: naturais, inteiros, racionais e irracionais:

O esquema ao lado traduz as relações entre alguns dos mais importantes subconjuntos do conjunto dos números reais:



Outros Subconjuntos de IR

- IR^- {Números reais negativos}
- IR^+ {Números reais positivos}
- IR_0^- {Números reais não positivos}
- IR_0^+ {Números reais não negativos}

1.3. Radiciação

1.3.1. Raiz quadrada de um número não negativo

A expressão $\sqrt{a}$ chama-se radical quadrático de $\boldsymbol{a}$. $\sqrt{\ }$ é o radical e $\boldsymbol{a}$ é o radicando.

Consideremos a expressão: $\sqrt{16}$ - Lê-se raiz quadrada de 16.

- $\sqrt{16} = 4$;
- 16 diz-se radicando;
- $\sqrt{\ }$ diz-se sinal de radical;
- 4 é a raiz.

$\sqrt{16} = 4$, pois o quadrado de 4 é 16, isto é: $4^2 = 16$

Exemplos:

- $\sqrt{36} = 6$, porque $6^2 = 36$
- $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$, porque $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

- $\sqrt{100} = 10$, porque $10^2 = 100$

Radical de índice "n"

Chama-se raiz de índice ***n*** de ***a*** a expressão do tipo: $\sqrt[n]{a}$ onde:

- $\sqrt{\ }$ é o sinal do radical;
- ***a*** é o radicando;
- ***n*** é o índice do radical.

Nota:

- O radical $\sqrt[n]{a}$ designa a raiz *n-enésima de a.*
- Quando ***n*** é par e ***a*** é negativo, a expressão $\sqrt[n]{a}$ não tem significado em IR.

Exemplos:

- $\sqrt{144} = 12, \text{porque } 12^2 = 144$
- $\sqrt[3]{64} = 4, \text{ porque } 4^3 = 64$
- $\sqrt[3]{-27} = -3, \text{porque} = (-3)^3 = -27$
- $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = \frac{1}{5}, \text{porque } \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$
- $\sqrt[4]{-16}$ não existe em IR.

1.3.2. Potência de expoente fraccionário

Potência de expoente fraccionário é qualquer potência cujo expoente é uma fracção com termos inteiros.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ com } a \in IR, m \in Z\ e\ (n \geq 2) \in IN$$

Exemplos:

- $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16^1} = \sqrt{16} = 4$
- $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

Nota: As propriedades da potenciação já estudadas no conjunto dos números racionais mantêm-se válidas nas potências de expoente fraccionárias.

Exemplos

- $3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}+\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2+2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{3^4}$
- $2^{\frac{5}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5-1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4}$
- $5^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} = (5 \times 3)^{\frac{2}{3}} = 15^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{15^2}$
- $7^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{7}\right)^2}$

1.3.3. Radicais equivalentes

Se multiplicarmos ou dividirmos o índice do radical e o expoente do radicando pelo mesmo número natural, diferente de zero, o valor do radical não se altera, isto é, obteremos radicais equivalentes.

$$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n\times k]{a^{p\times k}} \text{ com } k \in IN \setminus \{0\}$$

Aplicando a definição de raiz, tem-se $\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$, multiplicando os termos da fracção do expoente pelo mesmo número $a^{\frac{p}{n}} = a^{\frac{p\times k}{n\times k}}$ e aplicando novamente a definição $a^{\frac{p\times k}{n\times k}} = \sqrt[n\times k]{a^{p\times k}}$, mostra-se que $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n\times k]{a^{p\times k}}$.

Exemplos:

- $\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3\times 4]{2^{2\times 4}} = \sqrt[12]{2^8}$
- $\sqrt[12]{2^8} = \sqrt[12\div 4]{2^{8\div 4}} = \sqrt[3]{2^2}$
- $\sqrt[4]{5^6} = \sqrt[4\div 2]{5^{6\div 2}} = \sqrt[2]{5^3} = \sqrt{5^3}$

1.3.4. Passagem de um factor para dentro ou fora do radical

1.3.4.1. Para dentro do radical

Uma importante propriedade dos radicais é a seguinte: $a^p \cdot \sqrt[n]{b^m} = \sqrt[n]{b^m \cdot a^{n\times p}}$

Exemplos:

- $2^2 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5 \times 2^{2\times 3}} = \sqrt[3]{5 \times 2^6} = \sqrt[3]{5 \times 64} = \sqrt[3]{320}$
- $x^2\sqrt{3x} = \sqrt{3x.x^{2\times 2}} = \sqrt{3.x^{1+4}} = \sqrt{3x^5}$

Portanto, para passar um factor para dentro do radical, basta elevar este factor a um expoente igual ao índice do radical.

1.3.4.2. Para fora do radical

Quando o expoente do radicando é maior ou igual ao índice, podemos passar o radicando para factor do radical, elevando-o ao quociente da divisão inteira do expoente do radicando pelo índice e deixando dentro do radical o mesmo factor do radicando elevado ao resto da divisão, isto é:

No radical $\sqrt[n]{a^m}$ se $m \geq n$ e $m \div n = q\ resto\ r$ então: $a^q \cdot \sqrt[n]{a^r}$

Exemplos:

- $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$, porque a divisão de **4** por **3** é **1**, resto **1**.
- $\sqrt[5]{x^{16}} = x^3 \cdot \sqrt[5]{x^1} = x^3 \cdot \sqrt[5]{x}$, porque a divisão de **16** por **5** é **3,** resto **1**.

1.3.5. Comparação de radicais

1.3.5.1. Com mesmo índice

Para comparar radicais com mesmo índice, basta comparar os seus radicandos.

Exemplos:

- $\sqrt[3]{23} < \sqrt[3]{50}\ porque\ 23 < 50$
- $\sqrt[5]{2015} > \sqrt[5]{2013}\ porque\ 2015 > 2013$

1.3.5.2. Com mesmo radicando e índices diferentes

Se os radicais têm o mesmo radicando, é maior o que tiver menor índice.

Exemplos:

- $\sqrt{64} > \sqrt[3]{64}$, porque $2 < 3$
- $\sqrt[5]{38} < \sqrt[3]{38}$, porque $5 > 3$

1.3.5.3. Com índices diferentes e radicandos diferentes

Se os radicais tiverem índices diferentes, primeiro reduzem-se os radicais ao mesmo índice e depois comparam-se os radicandos como se fez anteriormente.

Exemplos:

- Vamos comparar $\sqrt[3]{5}\ e\ \sqrt{7}$
- Reduzindo ao mesmo índice, teremos:

  $\sqrt[3]{5} = \sqrt[3\times2]{5^{1\times2}} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$

  $\sqrt{7} = \sqrt[2\times3]{7^{1\times3}} = \sqrt[6]{7^3} = \sqrt[6]{343}$ como $\sqrt[6]{25} < \sqrt[6]{343}$ então $\sqrt[3]{5} < \sqrt{7}$

1.3.6. Radicais semelhantes

São aqueles que apenas diferem nos coeficientes.

Exemplos:

- $\sqrt{3}\ e\ 5\sqrt{3}$ são semelhantes;
- $\sqrt{24}\ e\ \sqrt{6}$ são semelhantes, pois $\sqrt{24} = \sqrt{4\times6} = 2\sqrt{6}$.

1.4. Operações com radicais

1.4.1. Adição e subtracção de radicais

Para a adição e a subtracção de radicais, basta reduzir os radicais semelhantes e realizar a adição ou subtracção dos coeficientes (números).

Exemplos:

- $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (5+3-4)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
- $\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{3^3} - \sqrt{5^2.3} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (1+3-5)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

1.4.2. Multiplicação e Divisão de Radicais

1.4.2.1. Multiplicação e divisão de radicais com mesmo índice

O produto de radicais com o mesmo índice é igual a um radical do mesmo índice cujo radicando é o produto dos radicandos dos factores, isto é:

$$\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a\times b}$$

Pela definição $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = a^{\frac{1}{m}} \times b^{\frac{1}{m}}$, aplicando a regra do produto de potências com o mesmo expoente $a^{\frac{1}{m}} \times b^{\frac{1}{m}} = (a\times b)^{\frac{1}{m}}$ e aplicando de novo a definição, tem-se $(a\times b)^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a\times b}$.

Exemplos

- $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5\times3} = \sqrt{15}$

- $\sqrt[6]{10} \times \sqrt[6]{\frac{2}{100}} = \sqrt[6]{10 \times \frac{2}{100}} = \sqrt[6]{\frac{20}{100}} = \sqrt[6]{\frac{1}{5}}$

O quociente de radicais com o mesmo índice é igual a um radical do mesmo índice cujo radicando é o quociente dos radicandos dos factores, isto é: $\sqrt[m]{\boldsymbol{a}} \ : \ \sqrt[m]{\boldsymbol{b}} = \sqrt[m]{\boldsymbol{a}:\boldsymbol{b}}$, com $\boldsymbol{b} \neq \mathbf{0}$.

Exemplos:

- $\sqrt{18} \div \sqrt{2} = \sqrt{18 \div 2} = \sqrt{9} = 3$
- $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{5}{2}}$
- $\sqrt[5]{100} \div \sqrt[5]{50} = \sqrt[5]{100 \div 50} = \sqrt[5]{2}$

1.4.2.2. Multiplicação e Divisão de Radicais com índices diferentes

Para se realizar a multiplicação e a divisão de radicais com índices diferentes:

1º Reduz-se os radicais ao mesmo índice;

2º Efectuam-se as operações de multiplicação ou divisão dos radicais com mesmo índice.

Exemplos:

- $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{2^3 \times 4^2} = \sqrt[6]{8 \times 16} = \sqrt[6]{128}$
- $\sqrt[3]{5} \div \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^4} \div \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{5^{4-3}} = \sqrt[12]{5}$
- $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} \div \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^6} \times \sqrt[12]{2^4} \div \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{\frac{2^6 . 2^4}{2^3}} = \sqrt[12]{\frac{2^{10}}{2^3}} = \sqrt[12]{2^7}$

1.5. Potência de uma Raiz

Partindo da definição de potência, teremos:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a} \, . \sqrt[n]{a} \dots \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a.\,a \dots .\,a} = \sqrt[n]{a^p}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$$

Exemplos:

- $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2 = \sqrt[3]{4^2}$
- $\left(\sqrt[5]{3^2}\right)^7 = \sqrt[5]{(3^2)^7} = \sqrt[5]{3^{14}}$

1.5.1. Raiz de uma Raiz

Outra propriedade muito importante dos radicais é a que segue:

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \left(\sqrt[p]{a}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(a^{\frac{1}{p}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \times p}} = \sqrt[n \times p]{a}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[np]{a}$$

Exemplos:

- $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[6]{5}$
- $\sqrt[5]{4\sqrt[3]{2}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{2 \cdot 4^3}} = \sqrt[5.3]{2 \cdot 2^6} = \sqrt[15]{2^7} = \sqrt[15]{128}$

1.6. Racionalização de denominadores

Racionalizar o denominador de uma fracção significa encontrar uma fracção equivalente que não contenha um número irracional no denominador. A fracção obtida pode continuar irracional, apenas o denominador não apresenta o termo irracional, facilitando os cálculos.

Como racionalizar o denominador de uma fracção?

Para racionalizar o denominador de uma fracção, basta multiplicar o numerador e denominador desta por um ***termo conveniente***, denominado ***Factor Racionalizante.*** Saber escolher o factor racionalizante correctamente caracteriza-se como a parte mais importante da solução do problema. Vejamos alguns exemplos elucidativos:

a) $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

Observa que o factor racionalizante no caso acima foi $\sqrt{3}$.

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{6}} = \frac{2}{\sqrt[3]{6}} \times \frac{\sqrt[3]{6^2}}{\sqrt[3]{6^2}} = \frac{2.\sqrt[3]{6^2}}{\sqrt[3]{6.6^2}} = \frac{2.\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{6^3}} = \frac{2.\sqrt[3]{36}}{6} = \frac{\sqrt[3]{36}}{3}$

Neste exemplo, o factor racionalizante é $\sqrt[3]{6^2}$.

Nota: Toda a fracção do tipo $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ o factor racionalizante é: $\sqrt[n]{b^{n-m}}$.

c) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2 - \sqrt{3}$

Nota: Toda a fracção do tipo $\frac{p}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ o factor racionalizante é: $\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$.

II. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Assinala com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas, justificando a tua escolha:

a) O conjunto dos números inteiros relativos ($\mathbb{Z}$) é subconjunto dos números reais (IR); _____

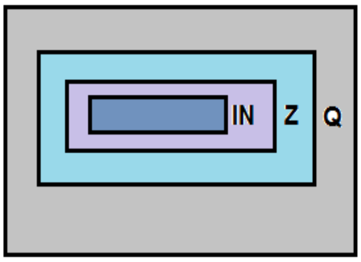
b) O resultado da soma $3 + \sqrt{5}$ é um número real; ______

c) Se um elemento pertence ao conjunto dos números irracionais (I) então ele também pertence ao conjunto dos números reais (IR); _____

d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$; _____

Resolução

a) A afirmação é verdadeira, pois um dado conjunto A é subconjunto de conjunto B se todos os elementos de A são também elementos do conjunto B, ou seja: $A \subset B$. Neste caso, o diagrama ao lado justifica esta relação:



b) A afirmação é verdadeira, porque o número três é um número inteiro, e $\sqrt{5}$ é um número irracional, os dois pertencem ao conjunto dos números reais, logo a soma dos dois também pertence ao conjunto dos números reais.

c) A afirmação é verdadeira, dado que todo o número irracional pertence ao conjunto dos números reais.

d) A afirmação é falsa, visto que o conjunto dos números racionais (Q) não está contido no conjunto dos números inteiros (Z), apesar de ambos estarem contidas em (IR).

2. Dado o conjunto $B = \left\{-3;\ \sqrt{7}, \frac{3}{4},\ 0{,}33333\right\}$, identifica a que subconjunto de IR pertence cada elemento de B.

Resolução

- -3 é um número inteiro negativo, pertence ao conjunto Z.
- $\sqrt{7}$ é um número irracional, pertence ao conjunto (I).
- $\frac{3}{4}$ é um número racional, pertence ao conjunto (Q).
- $0{,}33333$ é um número racional, pertence ao conjunto (Q).

III. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

3.1. Exercícios propostos 1

1. Usando cada um dos símbolos $\in, \notin, \subset, \supset, \not\subset$, completa as expressões de modo a obteres afirmações verdadeiras.

a) $\frac{3}{5}$____N **b)** Z____N **c)** $-\frac{1}{3}$ _____Z **d)** 4_____N

e) $\frac{1}{3}$_____Q **f)** Z^{+}_____Q **g)** 4 _____Z **h)** -3_____N

i) $-1{,}33$_____Z **j)** $\left\{\frac{10}{5}, 0\right\}$____Z **k)** -3___Q **l)** $\sqrt{4}$____Z

m) $\{0{,}1; 5\}$_____N

2. Calcula os seguintes quadrados.

a) 11^2 **b)** 17^2 **c)** $(-13)^2$ **d)** $0{,}002^2$

e) $\left(\frac{1}{20}\right)^2$ **f)** $2{,}1^2$ **g)** $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$

3. Calcula os valores das seguintes potências:

a) $3^4 =$ **b)** $2^5 =$ **c)** $1^4 =$ **d)** $0^6 =$ **e)** $(-2)^4 =$

f) $(\frac{3}{4})^3$ **g)** $(-\frac{2}{3})^3$ **h)** $5^0 =$ **i)** $(2{,}43)^0 =$ **j)** $(-0{,}5)^0 =$

k) $17^1 =$ **l)** $(1{,}45)^1 =$ **m)** $(-5)^1 =$ **n)** $\left(-\frac{4}{7}\right)^1 =$ **o)** $3^{-1} =$

p) $(-3)^{-2} =$ **q)** $2^{-4} =$ **r)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$ **s)** $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} =$ **t)** $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-3} =$

u) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} =$ **v)** $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$ **w)** $(-0{,}75)^{-2} =$

4. Calcula o valor numérico das seguintes expressões:

a) $5 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$ **b)** $\frac{3}{4} - (+7)^2 =$ **c)** $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + (-5)^2 =$

d) $(-3)^2 + 22 =$ **e)** $(-7)^2 - 60 =$ **f)** $40 - (-2)^3 =$

g) $(-2)^5 + 21 =$ **h)** $(-3)^3 - 13 =$ **i)** $(-2)^3 + (-1)^5 =$

j) $(-4)^2 + (-2)^4 =$ **k)** $(-3)^2 + (-2)^3 =$ **l)** $(-1)^6 + (-3)^3 =$

m) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 - 7^0 \quad =$

As questões 5, 6 e 7 são constituídas por quatro (4) alternativas, em que APENAS uma está correcta. Circula a opção certa:

5. O valor da expressão $(-1)^0 + (-6) : (-2) - 2^4$ é:

a) 20 **b)** -12 **c)** 19,5 **d)** 12 **e)** 10

6. Simplificando a expressão $[2^9 \div (2^2 \cdot 2)^3]^{-3}$, obtém-se:

a) 2^{36} ***b)*** 2^{-30} **c)** 2^{-6} **d)** 1 **e)** 0

7. Todo o número inteiro x elevado a 1 é igual a:

a) Ele mesmo x **b)** 0 **c)** 1 **d)** 10

8. Aplicando as regras de potenciação, calcula:

a) $\frac{(-2)^5 \div (-2)^4 \times (-2)^7}{(2^2)^4}$

b) $(-1)^0 + (-6) \div (-2) - 2^4$

c) $[2^9 \div (2^2 \times 2)^3]^{-3}$

d) $2 \times [(-1)^6]^0 - [(-2)^0]^5$

e) $\left[\left(\frac{1}{2} - 3\right)^2\right]^4 \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-8}$

f) $\frac{7^{-9} \times 5^{-9}}{[(-35)^{-4}]^2}$

g) $\frac{2^{-1} - 3^{-1}}{4^{-1} + 3^{-1}}$

h) $\frac{4^2}{\left[8^0 \times \left(\frac{1}{5}\right)^0\right]}$

i) $\frac{3^{x+2} + 3^{x+1}}{3^{x-1}}$

3.2. Exercícios Propostos 2

1. Utilizando setas, liga os radicais da coluna à esquerda com os respectivos números equivalentes da coluna à direita:

$\sqrt[3]{-8}$	5
$-\sqrt{25}$	-2
$-\sqrt{16}$	2
$\sqrt[4]{16}$	-5
$\sqrt{25}$	-4

2. Efectua as seguintes operações com radicais e simplifica os resultados sempre que possível:

a) $3\sqrt{2} + \sqrt{2}$

b) $7\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

d) $3\sqrt{8} - 5\sqrt{2}$

e) $\sqrt{49} + \sqrt{16} =$

f) $\sqrt[3]{8} - \sqrt[4]{16} =$

g) $-5\sqrt{9} + 2\sqrt{169} =$

h) $10\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} =$

i) $\sqrt{18} + 2\sqrt{50} =$

3. Efectua as multiplicações:

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}=$ **b)** $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}=$ **c)** $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{7}+2\right)=$

d) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{6}=$ **e)** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=$ **f)** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}=$

g) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{6}=$ **h)** $\sqrt{5}\cdot\left(1+\sqrt{5}\right)=$ **i)** $\left(3\sqrt{2}-2\right)\cdot\left(\sqrt{2}+3\right)=$

4. Efectua as divisões:

a) $\sqrt[3]{20}\div\sqrt[3]{10}=$ **b)** $\sqrt{28}\div\sqrt{7}=$ **c)** $30\sqrt{15}\div5\sqrt{3}=$ **d)** $\sqrt{12}\div\sqrt{3}=$

e) $\sqrt{50}\div\sqrt{2}=$ **f)** $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}}=$ **g)** $\frac{12\sqrt[3]{6}}{3\sqrt[3]{2}}=$

5. Calcula as potências:

a) $\left(\sqrt{2}\right)^2=$ **b)** $\left(\sqrt[3]{9}\right)^2=$ **c)** $\left(4\sqrt{5}\right)^3=$ **d)** $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2=$ **e)** $\left(\sqrt{15}\right)^2=$ **f)** $\left(3\sqrt{7}\right)^2=$

6. Reduze a um único radical.

a) $\sqrt{\sqrt[3]{7}}=$ **b)** $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{5^2}}}=$ **c)** $\sqrt[4]{\sqrt{2\sqrt[3]{5}}}=$ **d)** $\sqrt{\sqrt{10}}=$

e) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}=$ **f)** $\sqrt[3]{\sqrt{3}}=$ **g)** $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{3}}}=$

7. Assinala com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:

a) $\frac{3}{4}$ é um número racional

b) 0 é um número racional

c) $\frac{15}{3}$ é um número inteiro

d) $-10 = 11 - 21$

e) $\frac{1}{4}$ é um número inteiro

f) $\sqrt[5]{12}$ é um número real

8. Calcula:

a) $\sqrt{25}+\sqrt[3]{27}+\sqrt[4]{81}=$

f) $\sqrt{64}+\sqrt[3]{-64}+\sqrt[6]{64}=$

b) $3\sqrt{5}+\sqrt{5}-6\sqrt{5}=$

g) $5\sqrt[5]{3}+2\sqrt[5]{3}-2\sqrt[5]{3}+\sqrt[5]{3}=$

c) $-4+\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}+4=$

d) $\sqrt{50}+\sqrt{18}-\sqrt{8}=$

e) $4\sqrt{63}-\sqrt{7}=$

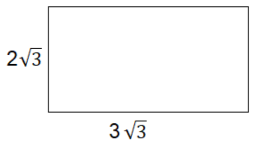
h) $2\sqrt[5]{3}-2\sqrt[5]{3}+3\sqrt[3]{3}+\frac{2}{3}\sqrt[5]{3}=$

i) $2\sqrt{27}-5\sqrt{12}=$

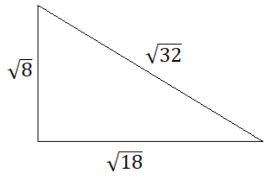
j) $\sqrt{12}+\sqrt{75}+\sqrt{108}=$

9. Encontra o perímetro das figuras cujas medidas de seus lados são dadas numa mesma unidade de medida de comprimento.

a)



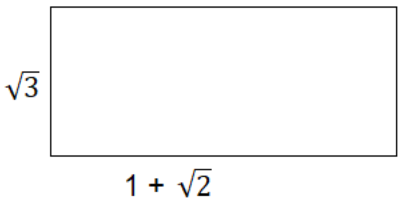
b)



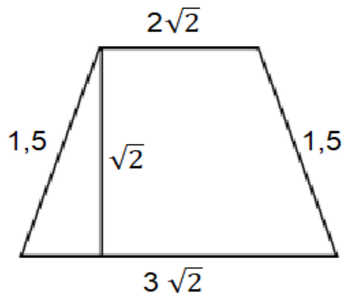
10. Calcula o valor numérico de $2x^2-\sqrt{x}-2$, para $x=4$.

11. Calcula a área das figuras cujas medidas indicadas são dadas numa mesma unidade de medida de comprimento.

a)



b)



12. Racionaliza os denominadores de cada uma das seguintes fracções:

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}=$

b) $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$

c) $\frac{5}{3\sqrt{2}}=$

d) $\frac{2x}{\sqrt{x}}=$

e) $\frac{3}{\sqrt{x}}$

f) $\frac{y}{\sqrt[3]{5}}$

g) $\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

h) $\frac{x}{1-\sqrt{x}}$

i) $\frac{4}{\sqrt[3]{x}}$

j) $\frac{3}{\sqrt{3\sqrt{2}}} =$

k) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} =$

l) $\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} =$

m) $\frac{5}{2+\sqrt{3}} =$

n) $\frac{7}{3-\sqrt{5}} =$

UNIDADE TEMÁTICA II

Inequações lineares e Sistemas de Inequações lineares com uma variável

I. RESUMO

1.1. Intervalos numéricos limitados e ilimitados

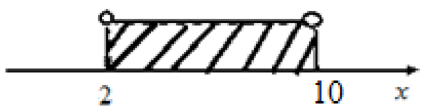
Os conjuntos **numéricos** podem ser representados de diversas maneiras, e uma das mais importantes para a matemática é a **representação por intervalos**. Ela é capaz de mostrar em que ponto um conjunto começa e termina, ou seja, seu menor e maior elemento. Essa representação também pode indicar os números que não pertencem a esse conjunto, caso eles existam. Toda essa representação dos conjuntos numéricos é feita por símbolos. Geralmente, a representação por intervalos é usada para **subconjuntos** dos números reais.

Por exemplo:

O **subconjunto** A dos **números reais** maiores que 2 e menores que 10 é representado da seguinte maneira: $A = \{x \in IR: 2 < x < 10\}$; representação em compreensão.

O mesmo conjunto pode ser representado sob forma de intervalo: $A =]2; 10[$; lê-se intervalo aberto da 2 a 10 aberto. Aberto nas duas extremidades para indicar que o 2 e 10 não pertencem ao conjunto A.

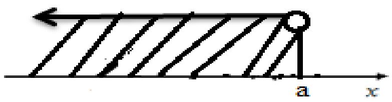
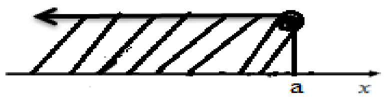
Representação Geométrica



Nota: As bolinhas nas extremidades não estão pintadas, para indicar que os valores das extremidades não fazem parte do conjunto.

Sejam a e b números reais, sendo $a < b$. Podemos representar os seguintes subconjuntos de números reais:

Em compreensão	Geométrica	Em Intervalo
$\{x \in IR: a \leq x \leq b\}$		$[a; b]$- Limitado, fechado em a e b.

$\{x \in IR: a < x < b\}$		$]a; b[$ - Limitado, aberto em a e b.
$\{x \in IR: a \leq x < b\}$		$[a; b[$ - Limitado, fechado em a e aberto em b.
$\{x \in IR: a < x \leq b\}$		$]a; b]$- Limitado, aberto em a e fechado em b.
$\{x \in IR: x \geq a\}$		$[a;\ +\propto[$ - Ilimitado, fechado em a.
$\{x \in IR: x > a\}$		$]a;\ +\propto[$ - Ilimitado, aberto em a.
$\{x \in IR: x < a\}$		$]-\propto; a[$ - Ilimitado, aberto em a.
$\{x \in IR: x \leq a\}$		$]-\propto; a]$ - Ilimitado, fechado em a.

1.2. Reunião e intersecção de intervalos numéricos

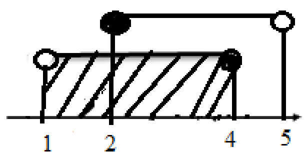
1.2.1. *Intersecção de intervalos numéricos*

Seja dado os conjuntos A e B, dá-se o nome de **intersecção** dos dois ao conjunto formado pelos elementos comuns a ambos os conjuntos e representa-se por **A ∩ B**.

Exemplo:

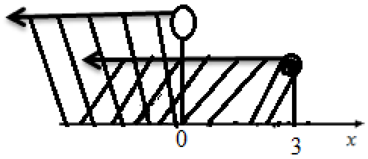
Determinar:

a) $]1; 4] \cap [2; 5[$



Logo: $]1;4] \cap [2;5[\ = \ [2;4]$

b) $]-\propto;3] \cap]-\propto;0[$

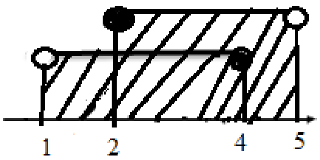


Logo: $]-\propto;3] \cap]-\propto;0[\ = \ ]-\propto;0[$

1.2.2. Reunião de intervalos numéricos

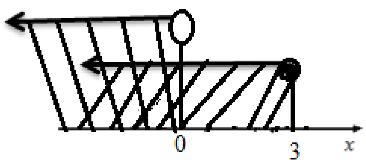
Seja dado os conjuntos A e B, dá-se o nome de **reunião** dos conjuntos ao conjunto formado pelos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos e representa-se por $\mathbf{A \cup B}$.

a) $]1;4] \cup [2;5[$



Logo: $]1;4] \cup [2;5[\ = \ ]1;5[$

b) $]-\propto;3] \cup]-\propto;0[$



Logo: $]-\propto;3] \cup]-\propto;0[\ = \ ]-\propto;3[$

1.3. Inequações

Inequação é toda a desigualdade literal que é apenas satisfeita por certos valores nas incógnitas que nela figuram.

Exemplo:

- $4(x-1) < 19$
- $x - 3 \geq 2$

1.3.1. *Resolução de inequações lineares*

Resolver uma equação linear é determinar o conjunto de todos os valores da incógnita que transforma a inequação numa desigualdade verdadeira. O conjunto dos valores encontrados é o **conjunto solução** da inequação.

Exemplos:

Resolve as inequações:

a) $3x-1<4$

$3x<4+1$ Como o 1 está a subtrair no primeiro membro, passa para o segundo membro a adicionar;

$3x<5$

$x<\frac{5}{3}$ Como o 3 está a multiplicar no primeiro membro, passa para o segundo membro a dividir;

Repara que o sentido da inequação não mudou porque o factor é positivo.

b) $5-4x>21$

$5-4x>21$ Como o 5 está a adicionar, passa para o outro membro a subtrair;

$-4x>21-5$ Como o -4 está a multiplicar, passa para o segundo membro a dividir.

$-4x>16$

$x>\frac{16}{-4}$ Repara que o sentido da inequação mudou porque o factor é negativo.

$x<-4$

c) $\frac{1}{5}x+5<3$

$\frac{1}{5}x+5<3$ Como o 5 está a adicionar, passa para o outro membro a subtrair.

$\frac{1}{5}x<3-5$ Como o 5 está a dividir, passa para o segundo membro a multiplicar.

$\frac{1}{5}x<-2$ Repara que o sentido da inequação não mudou porque o factor é positivo.

$x<-2\cdot 5$

$x<-10$

1.3.2. *Resolução de sistema de inequações lineares com uma variável*

Para resolver sistema de inequações é necessário resolver cada uma das inequações do sistema e determinar o conjunto de intersecção dos seus conjuntos soluções.

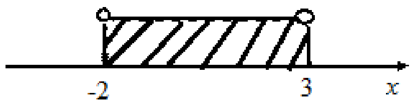
Exemplo:

Dada a inequação: $\begin{cases} 2x+4>0 \\ x+2<5 \end{cases}$, resolve-a em IR.

$$\begin{cases} 2x + 4 > 0 \\ x + 2 < 5 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 2x > -4 \\ x < 5 - 2 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{4}{2} \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$$



Solução: $x \in \left]-2; 3\right[$

II. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Considera em IR o conjunto $\left[-\frac{9}{2}; 1\right[$, indica:

a) Três números inteiros que pertencem a este conjunto.
b) Três números racionais não inteiros que pertencem a este conjunto.
c) Três números irracionais que pertencem a este conjunto.

2. Representa, na forma de intervalos numéricos, cada um dos seguintes subconjuntos de IR.

a) $\left\{x \in IR: x > -\frac{3}{2}\right\}$
b) $\{x \in IR: x \leq 3\}$
c) $\left\{x \in IR: -\frac{2}{5} \leq x < 4\right\}$
d) O conjunto dos números reais não inferiores a $-\frac{1}{2}$.

3. Resolve em IR as seguintes inequações:

a) $x - 4(x - 1) < 19$

b) $3(2x - 1) \leq 5x + 7$

c) $4(x + 3) > 2(x - 1)$

d) $3(x + 2) > 2(2x + 4)$

e) $5x - (x - 2) \leq 6$

f) $7(x - 2) < 2(3x + 4)$

g) $x + 12 \geq 4(2x - 1) - 3x$

h) $2(3x - 1) - 4(x + 2) \leq 5x - 1$

i) $7(3x - 4) - 4(2x + 3) \geq 2(3x - 5)$

j) $\frac{x}{2} + 1 < \frac{5}{3} - x$

k) $2 + \frac{3x}{5} \leq x + \frac{1}{2}$

l) $x - \frac{1}{3} > \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$

m) $\frac{x}{4}-\frac{3}{5}\geq\frac{x}{10}-\frac{1}{2}$

n) $\frac{x+2}{10}-1\leq\frac{1-x}{4}$

o) $\frac{x}{5}\geq\frac{1}{4}-\frac{2-x}{2}$

p) $\frac{x}{8}-\frac{3}{16}\geq\frac{x}{24}-\frac{2}{3}$

q) $\frac{1}{3}(x-2)-\frac{3}{5}<\frac{x}{2}-1$

r) $\frac{x-1}{4}+\frac{x}{6}-\frac{x-2}{3}>0$

s) $2-\frac{4x-1}{9}\leq\frac{1}{3}+\frac{2x-5}{6}$

4. Resolve cada um dos seguintes sistemas de inequações lineares com uma variável:

a) $\begin{cases}2-3x<30-10x\\ 3x-1<4-2x\end{cases}$

b) $\begin{cases}x>\frac{x}{2}-1\\ \frac{x}{3}>x-1\end{cases}$

c) $\begin{cases}2-x\geq 5-4x\\ 2x-1\leq x+4\end{cases}$

d) $\begin{cases}5(x+3)-9x<\frac{1}{3}\\ \frac{x}{6}-2<7x+\frac{1+x}{4}\end{cases}$

e) $\begin{cases}\frac{2x-1}{5}-x>\frac{3x-4}{2}\\ \frac{5x+3}{4}-\frac{3x}{5}>0\end{cases}$

f) $\begin{cases}\frac{3-x}{2}<1+\frac{5-2x}{3}\\ \frac{2x-3}{4}<\frac{x+5}{6}\end{cases}$

g) $\begin{cases}\frac{4x-5}{3}-\frac{3x+1}{5}<-x\\ \frac{2+7x}{5}-\frac{3x}{2}>0\end{cases}$

h) $\begin{cases}\frac{x-2}{3}-\frac{2-x}{5}>0\\ \frac{2}{3}-\frac{2-3x}{4}-\frac{x-1}{2}<0\end{cases}$

i) $\begin{cases}\frac{3x-2}{2}-5<0\\ \frac{1-x}{5}-\frac{x-1}{4}<0\end{cases}$

5. Indica, em extensão, o conjunto das soluções naturais da inequação: $\frac{3(2x+3)}{2}<\frac{2x}{3}+10$.

6. Qual é o menor número inteiro que não verifica a inequação? $\frac{x-3}{4}-\frac{x+5}{5}\geq\frac{x+1}{2}$.

7. Determina o menor múltiplo de 2 que verifica a condição seguinte: “ $\frac{2}{3}$ da sua diferença com 1 é maior que 5”.

8. Indica o menor número inteiro que satisfaz a inequação: $\frac{\left(x+\frac{1}{3}\right)}{2}-1>\frac{-\left(x-\frac{1}{2}\right)}{3}$.

9. Dado o sistema $\begin{cases}9-3(x+1)<2\\ -\frac{7}{5}x\leq 0\end{cases}$, indica:

a) O menor número inteiro que verifica o sistema;

b) O menor número inteiro que verifica apenas uma das inequações;

c) O maior número inteiro que não verifica qualquer das inequações;

d) O maior número inteiro que não é solução do sistema.

10. Determina o conjunto dos números reais que verificam simultaneamente as seguintes condições:

b) A soma do número com 3 é superior à diferença entre o dobro do número e 6.

c) A diferença entre a terça parte do número e 5 é inferior ao dobro do número.

UNIDADE TEMÁTICA III NOÇÃO DE MONÓMIOS E POLINÓMIOS

I. RESUMO

1.1. Monómios

Monómios são expressões algébricas definidas apenas pela multiplicação entre coeficiente (número) e a parte literal (parte da letra ou das letras).

Exemplos: $2x$; $4ab$; $10x^2$; $20xyz$; $30abc$; $2zy$; b^3; $100ax^3$

- ✓ No monómio $2x$ o coeficiente é ***2*** e parte literal é ***x***;
- ✓ No monómio $20xyz$ o coeficiente é ***20*** e parte literal é xyz.

1.1.1. Grau de um monómio

Chama-se **grau de um monómio** a soma dos expoentes das variáveis que nele figuram.

Exemplos:

O monómio $2x^2yz^5$ é de grau 8, visto que: x^2 tem expoente 2, y tem expoente 1 e z^5 tem expoente 5, logo 2+1+5=8.

1.1.2. Monómios semelhantes

Expressões algébricas que possuem a parte literal igual.

Exemplos:

$2x$ e $4x$	$2ya$ e $6ya$
$7x^2$ e $8x^2$	$7bc$ e $9cb$
$10ab$ e $3ab$	*100z e 20z*

1.1.3. Adição e subtracção de monómios

A adição e a subtracção de monómios devem ser efectuadas quando as partes literais são iguais, adicionando ou subtraindo os seus coeficientes.

Exemplos:

- $2a + 7a = (2 + 7)a = 9a$
- $7bc + 3cb = (7 + 3)cb = 10bc$
- $5x - 2x = (5 - 2)x = 2x$
- $-12xy - 10xy = (-12 - 10)xy = -22xy$

1.1.4. Multiplicação entre monómios

Ao multiplicar monómios em que as partes literais são iguais, devemos seguir os seguintes passos:

1.º passo: multiplicar os coeficientes;

2.º passo: conservar a parte literal e somar os expoentes.

Exemplos:

- $2x \cdot 2x = 2 \cdot 2x \cdot x = 4x^{1+1} = 4x^2$
- $4xy \cdot 6xy^2 = 4 \cdot 6 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y^2 = 24 \cdot x^{1+1} \cdot y^{1+2} = 24x^2y^3$
- $10a^2b \cdot 9a^2b^3 = 10 \cdot 9 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot b \cdot b^3 = 90 \cdot a^{2+2} \cdot b^{1+3} = 90a^4b^4$
- $5xyz \cdot 6x^2y^3z = 30x^3y^4z^2$

Ao multiplicar monómios com parte literal diferente, devemos:

1.º passo: multiplicar os coeficientes;

2.º passo: agrupá-las, se as letras forem diferentes.

Exemplo:

- $2x \cdot 3y = 6xy$
- $4ab \cdot 5z = 20abz$
- $20c \cdot 2ab = 40abc$
- $x \cdot 6a = 6xa$

1.1.5. Divisão entre monómios

Partes literais iguais

1.º passo: dividir os coeficientes;

2.º passo: conservar a parte literal e subtrair os expoentes.

Exemplo:

- $5x^3 \div 5x^2 = (5 \div 5)x^{3-2} = 1.x^1 = x$
- $10x^2y^2 \div 2x = (10 \div 2)x^{2-1} \cdot y^{2-0} = 5xy^2$
- $30z \div 5z = \frac{30}{5} \cdot \frac{z}{z} = 6 \cdot 1 = 6$
- $20b^3 \div 10b = \frac{20}{10} \cdot \frac{b^3}{b} = 2 \cdot b^{3-1} = 2b^2$

1.2. Polinómios

Chama-se polinómio a uma soma algébrica de monómios.

Exemplos:

- $2x^2 + 7x - 6$
- $10x^3 + x^2 - 9x$
- $6x + 5$
- $6xy + 2xy^3z$
- $120x^2 - 10x + 9$
- $14x^4 + 7x^3 - 20x^2 - 60x - 100$
- $\frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{2}$
- $x^2yz^5 - 7xz^4 + 4x + 12$

Cada um dos monómios que figura em cada polinómio chama-se **termo** do polinómio.
Considerando o polinómio: $14x^4 + 7x^3 - 20x^2 - 60x - 100$,

Este polinómio tem 5 termos que são: $14x^4; 7x^3;\ -20x^2;\ -60x;\ -100$

Nota:

Alguns polinómios têm nomes específicos:

- ✓ $2x + 3$ polinómio com dois termos chama-se binómio;
- ✓ $x^2 + 2x + 5$ polinómio com três termos chama-se trinómio.

1.2.1. Grau de um polinómio

Grau de um polinómio é o mais elevado grau dos seus termos.

Exemplos:

- ✓ $10x^3 + x^2 - 9x$ polinómio de grau 3 ou terceiro grau;
- ✓ $2x^2yz^5 - 3xz + \frac{1}{3}xy^2$ polinómio de grau 8.

1.2.2. Operações com polinómios

1.2.2.1. Adição de polinómios

Seja dado os polinómios $A(x) = 2x^2 + 3x - 5 \ e \ B(x) = \frac{x^2}{2} - x + 3$, calcula:

$A(x) + B(x)$.

$$A(x) + B(x) = (2x^2 + 3x - 5) + (\frac{x^2}{2} - x + 3)$$

$$= \left(2 + \frac{1}{2}\right)x^2 + (3 - 1)x + (-5 + 3)$$

$$= \frac{5}{2}x^2 + 2x - 2$$

1.2.2.2. Subtracção de polinómios

Seja dado os polinómios $A(x) = 2x^2 + 3x - 5 \ e \ B(x) = \frac{x^2}{2} - x + 3$, calcula: $A(x) - B(x)$.

$$A(x) - B(x) = (2x^2 + 3x - 5) - (\frac{x^2}{2} - x + 3)$$

$$= \left(2 - \frac{1}{2}\right)x^2 + [3 - (-1)]x + (-5 - 3)$$

$$= \frac{3}{2}x^2 + 4x - 8$$

1.2.2.3. Multiplicação de polinómios por um monómio

Para multiplicar um monómio por um polinómio, aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição algébrica.

Exemplos:

- ✓ $x \cdot (x + 3) = x \cdot x + x \cdot 3 = x^2 + 3x$
- ✓ $2y \cdot (x^2y - y^2 + 2) = 2y \cdot x^2y - 2y \cdot y^2 + 2y \cdot 2 = 2x^2y^2 - 2y^3 + 4y$

1.2.2.4. Multiplicação de polinómios

O produto de dois polinómios é um polinómio que se obtém multiplicando cada termo de um por todos os termos do outro.

Exemplos:

- ✓ $(x + 2) \cdot (x - 3) = x \cdot (x - 3) + 2(x - 3) = x \cdot x - 3 \cdot x + 2 \cdot x + 2(-3)$
  $= x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$
- ✓ $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (x^2 + 2x - 4) = x \cdot (x^2 + 2x - 4) - \frac{1}{2} \cdot (x^2 + 2x - 4)$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x - \frac{x^2}{2} - x + 2 = x^3 + \frac{3x^2}{2} - 5x + 2$$

1.2.2.5. Casos notáveis da multiplicação de polinómios

Quadrado da soma	Quadrado da diferença	Diferença de quadrados
$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b)$ $= a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b)$ $= a^2 - 2ab + b^2$	$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$

Nota:

- $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$, o primeiro lê-se quadrado de uma soma cujo seu desenvolvimento encontra-se na igualdade acima e o segundo soma de quadrados.
- $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$, o primeiro lê-se quadrado de uma diferença cujo seu desenvolvimento encontra-se na segunda coluna da tabela acima e o segundo diferença de quadrados que está na terceira coluna da tabela acima.

1.2.3. Decomposição de polinómios

Decompor ou factorizar um polinómio é obter uma expressão equivalente com a forma de um produto.

1.2.3.1. Decomposição de polinómios usando colocação do factor comum em evidência

Exemplos:

- ✓ $x^2 + 2x = x(x+2)$
- ✓ $y^3 - 2y^2 + 3y = y(y^2 - 2y + 3)$

Nota:

Para decompor um polinómio em factores, aplicando a propriedade distributiva, temos de descobrir factores comuns e pô-los em evidência.

1.2.3.2. Decomposição de polinómios usando casos notáveis da multiplicação de polinómios

Exemplos:

- ✓ $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$. Polinómio factorizado, usando caso notável diferença de quadrados.

✓ $y^2 + 4y + 4 = y^2 + 2 \cdot 2 \cdot y + 2^2 = (y+2)^2 = (y+2) \cdot (y+2)$ Polinómio factorizado, usando caso notável quadrado de uma soma.

II. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Escreve um monómio, um binómio e um trinómio.

2. Indica o grau dos seguintes polinómios:

a) $x + 7$

b) $y^3 - \frac{1}{2}y^2 - 2$

c) $x^5 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1$

d) $xy^2 - yx + \frac{1}{4}$

3. Efectua as seguintes multiplicações e divisões:

a) $\sqrt[3]{a^5} . \sqrt[3]{ab^2}$

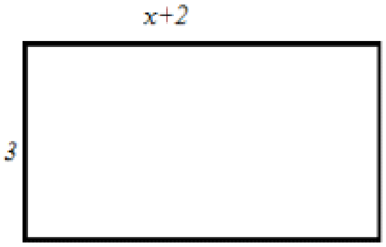
b) $2\sqrt{4a^2x} . \sqrt{3a^2 . x^2}$

c) $\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{a^3}}$

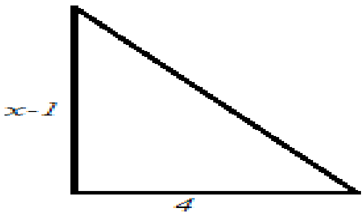
d) $\sqrt{x^3} . \sqrt[3]{x}$

4. Escreve uma fórmula que te permite calcular a área de cada figura:

a)

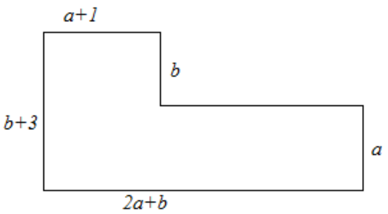


b)

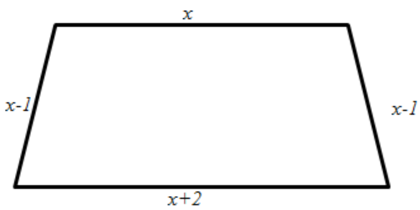


5. Dadas as figuras abaixo, encontra as fórmulas para o cálculo do perímetro de cada uma.

a)



b)



6. Sejam dados os polinómios:

$A(x) = \frac{1}{2}x$ $B(x) = x^5 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1$ $C(x) = x + 2$ $D(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2$. Calcula:

a) $A(x) + C(x)$ **b)** $B(x) + D(x)$ **c)** $A(x) - C(x) + B(x)$

d) $A(x) \cdot C(x)$ **e)** $[C(x)]^2$ **f)** $[A(x)]^2 + [C(x)]^2$

g) $C(x) \cdot B(x$ **h)** $[A(x)]^2 \cdot D(x)$ **i)** $[A(x) + C(x)] \cdot D(x)$

7. Desenvolve cada uma das expressões:

a) $(x+1)(x+1)$ **b)** $(x+2)^2$ **c)** $(y-3)(y-3)$

d) $\left(c - \frac{1}{2}\right)^2$ **e)** $(z-5)(z+5)$ **f)** $(3x+3)(3x+3)$

8. Decompõe os seguintes polinómios:

a) $3x - 3$ **b)** $6a - 3a^2$ **c)** $4y + 2$

d) $x^2 + 6x + 9$ **e)** $x^2 + 2x$ **f)** $4y^2 - 4y + 4$

g) $x^2 - y^2$ **h)** $z^2 + 2z + 1$ **i)** $x^2 - 9$

j) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

UNIDADE TEMÁTICA IV EQUAÇÃO QUADRÁTICA

I. RESUMO

1.1. Equações Quadráticas – Definição

Equação quadrática ou do segundo grau é toda aquela que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que **a**, **b** e **c** são coeficientes reais e a $\neq 0$.

Exemplos:

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$; $a = 2$; $b = -3$; $c = 1$

b) $x^2 + \frac{2}{3}x = 0$; $a = 1$; $b = \frac{2}{3}$; $c = 0$

c) $-2x^2 + \sqrt{5} = 0$; $a = -2$; $b = 0$; $c = \sqrt{5}$

d) $5x^2 = 0$; $a = 5$; $b = 0$; $c = 0$

As equações quadráticas podem ser completas ou incompletas.

Equações quadráticas completas são aquelas que os coeficientes **a**, **b** e **c** não são nulos.

Exemplo:

$2x^2 - 3x + 1 = 0$; $a = 2$; $b = -3$; $c = 1$

Equações quadráticas incompletas são aquelas em que, pelo menos, um dos coeficientes **b** ou **c** é nulo.

Exemplos:

a) $x^2 + \frac{2}{3}x = 0$; $a = 1$; $b = \frac{2}{3}$; $c = 0$

b) $-2x^2 + \sqrt{5} = 0$; $a = -2$; $b = 0$; $c = \sqrt{5}$

c) $5x^2 = 0$; $a = 5$; $b = 0$; $c = 0$

1.1.1. Resolução de equações quadráticas incompletas

1. $Se\ b=0\ \ e\ c=0$, a equação fica: $ax^2=0$

$$\rightarrow ax^2=0 \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=0;\ \ s=\{0\}$$

Exemplo:

$$5x^2 \ = \ 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; s = \{0\}$$

2. $Se\ c=0$, a equação fica: $ax^2+bx=0$

$$ax^2+bx=0 \Leftrightarrow x(ax+b)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee ax+b=0 \Leftrightarrow$$
$$x=0 \vee x=-\frac{b}{a};\ \ s=\left\{-\frac{b}{a};0\right\}$$

Exemplo:

$$2\,x^2 - 3x \ = \ 0 \Leftrightarrow x(2x-3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 0 \vee 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \tfrac{3}{2};\ s = \left\{0; \tfrac{3}{2}\right\}$$

3. $Se\ b=0$, a equação fica: $ax^2+c=0$

$$ax^2+c=0 \Leftrightarrow ax^2=-c \Leftrightarrow x^2=-\frac{c}{a};\ x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}};\ \ s=\{0\}$$

Exemplo:

$$x^2 - 25 \ = \ 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x \ = \ \pm\sqrt{25};\ x \ = \ \pm 5\ s = \{-5; 5\}$$

1.1.2. Resolução de equações quadráticas completas

Uma equação quadrática pode ser resolvida de duas formas:

Uso da lei do anulamento do produto

A lei do anulamento do produto: *Um produto $A.B$ de factores é nulo se e só se um deles, pelo menos, for zero. Se A=0 ou B=0 ou ambos iguais a zero.*

Exemplos:

a) $x^2 - 6x + 9 = 0 \quad a = 1; \quad b - 6; \quad c = 9$

1.º factorizar o trinómio do primeiro membro, usando casos notáveis da multiplicação dos polinómios;

$x^2 - 6x + 9 = 0 \iff (x-3).(x-3) = 0$

$x - 3 = 0 \vee x - 3 = 0$

$x = 3 \vee x = 3$ Sol. $\{3\}$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0 \quad a = 1; \quad b - 6; \quad c = 5$

c) 1.º factorizar o trinómio do primeiro membro, usando: $\boldsymbol{x^2 + (m+n).x + m.n = (x+n).(x+m)}$

$x^2 - 6x + 5 = 0 \iff (x-1).(x-5) = 0$

$x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$

$x = 1 \vee x = 5$

Sol. $\{1; 5\}$

Uso da fórmula resolvente

A equação quadrática também pode ser resolvida aplicando a fórmula resolvente que é:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmula resolvente designa-se à expressão sob o radical por binómio discriminante e representa-se por Δ, ou seja: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Nota:

- Se $\Delta > 0$, a equação tem duas raízes reais diferentes;
- Se $\Delta = 0$ a equação tem duas raízes reais iguais;
- Se $\Delta < 0$ a equação não tem raízes reais.

Exemplos:

a) $x^2 - 6x + 9 = 0 \quad a = 1; \quad b - 6; \quad c = 9$

$\Delta = (-6)^2 - 4.1.9$

$\Delta = 36 - 36$

$$x_{1/2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2.1} = \frac{6 \pm 0}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$\Delta = 0$

$$x_1 = x_2 = 3$$

Sol. $\{3\}$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$ $a = 1;$ $b - 6;$ $c = 5$

$\Delta = (-6)^2 - 4.1.5$

$\Delta = 36 - 20$

$$x_{1/2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2.1} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$\Delta = 16$

$$x_1 = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Sol. $\{1; 5\}$

Soma e produto das raízes

Dada uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, com soluções x_1 e x_2:

- Se $a = 1$, $S = x_1 + x_2 = -b$ e $P = x_1 . x_2 = c$
- Se $a \neq 1$, $S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ e $P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

II. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Analisando a equação: $x^2 - 2x + 1 = 0$, podemos afirmar que ela possui:

A. nenhuma solução real. **B.** uma única solução real.

C. duas soluções reais. **D.** três soluções reais.

Resolução: Alternativa **B**.

Para encontrar o número de soluções reais de uma equação do 2º grau, é necessário encontrar o valor do discriminante (delta). Para isso, encontraremos primeiro o valor dos coeficientes **a**, **b** e **c** na equação: $\{a = 1; b = -2; c = 1\}$

Calculando o valor do binómio discriminante (delta), teremos:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

O valor de Δ mostra o número de soluções da equação, sem ter a necessidade de calcular os valores dessas raízes. Como Δ = 0, a equação possui uma única solução real.

2. O produto entre as raízes da equação $2x^2 + 4x - 6 = 0$ é igual a:

A. – 2 **B.** 2 **C.** 1 **D.** - 3

Resolução: Alternativa D.

Pela fórmula do cálculo do produto, temos que: $P = x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{2} = -3$

III. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Assinala com **V** as afirmações verdadeiro e com **F** as falsas:

a) Toda a equação do segundo grau possui pelo menos uma solução real.____

b) A expressão $ax^2 + bx + c = 0$ com a, b, c números reais e $a = 0$ representa uma equação quadrática.____

c) Uma equação do segundo grau é conhecida como incompleta quando o coeficiente *b* ou *c* é igual a zero. ____

d) Quando o valor do discriminante é um número positivo que não possui raiz quadrada exacta, dizemos que a equação não possui solução. ____

2. Identifica os coeficientes de cada equação e diz se ela é completa ou não:

a) $5x^2 - 3x - 2 = 0$ **b)** $3x^2 + 55 = 0$

c) $x^2 - 6x = 0$ **d)** $x^2 - 10x + 25 = 0$

3. Resolva as seguintes equações:

a) $x^2 - x - 20 = 0$ **b)** $x^2 - 3x - 4 = 0$

c) $x^2 - 8x + 7 = 0$ **d)** $x^2 - 7x - 9 = 0$

4. Dentre os números $-2, 0, 1, 4$, quais deles são raízes da equação $x^2 - 2x - 8 = 0$?

5. O número -3 é a raíz da equação $\mathrm{x}^2 - 7\mathrm{x} - 2\mathrm{c} = 0$. Nessas condições, determina o valor do coeficiente $\mathbf{c}$:

6. Se multiplicar um número natural x por ele mesmo e do resultado subtrair 14, vai obter o quíntuplo do número x. Qual é esse número?

7. Na equação $2px^2 + 3pqx + 3q = 0$, a soma das raízes é 9 e o produto é 12. Calcula $p + q$.

UNIDADE TEMÁTICA V FUNÇÃO QUADRÁTICA

I. RESUMO

1.1. Funções Quadráticas – Definição

Chama-se **função quadrática** a toda a função polinomial do 2.º grau a uma variável do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ (com $a, b, c \in IR$ e $a \neq 0$).

Exemplos:

a) $f(x) = 2x^2 + 3x + 9;\quad \mathrm{a} = 2, \mathrm{b} = 3, \mathrm{c} = 9$

c) $f(x) = x^2 - 5;\quad a = 1,\ b = 0,\ c = -5$

b) $f(x) = -3x^2 + 5x;\quad a = -3,\ b = 5, c = 0$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2;\ a = \frac{1}{2},\ b = 0,\ c = 0$

1.1.1. Gráfico de funções Quadráticas

O gráfico de uma função quadrática é uma linha curva contínua chamada **parábola**.

Para construir-se o gráfico de uma função quadrática, é necessário ter um número suficiente de pares ordenados $(x; y)$ que permitam esboçar o gráfico. Para tal, deve-se construir uma tabela de valores e em um sistema cartesiano ortogonal representar os pares ordenados determinados.

Estudo da função $f(x) = x^2 e\ g(x) = -x^2$

Construção do gráfico e estudo completo das funções $f(x)=x^2 e\ g(x)=-x^2$.

Estudo completo de $f(x)=x^2$

- O domínio da função: $x \in IR$, isto é, $x \in]-\infty;+\infty[$;.
- O contradomínio: $y \in IR_0^+$, isto é, $y \in [0;+\infty[$;
- Monotonia ou variação da função:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	↘	0	↗

- Variação do sinal:

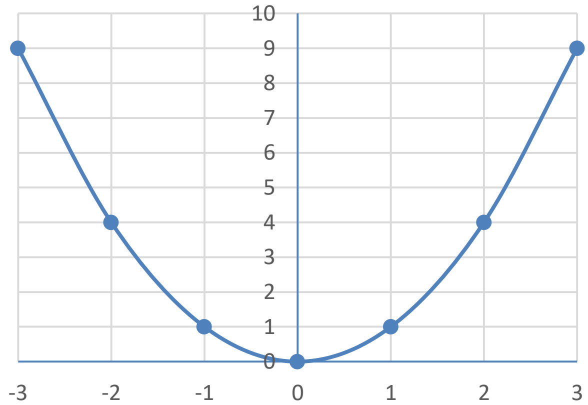
  A função é positiva para $x \in]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

- Zero da função: $x=0$;
- Ordenada na origem: $y=0$;
- O eixo de simetria coincide com o eixo das ordenadas (y).

  Equação do eixo de simetria: $x=0$

Construção do gráfico de $f(x)=x^2$

x	y
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9



Estudo completo de $g(x)=-x^2$

Construção do gráfico de $g(x)=-x^2$

- O domínio da função: $x \in IR$, isto é, $x \in]-\infty;+\infty[$;
- O contradomínio: $y \in IR_0^-$, isto é, $y \in]-\infty;0]$;
- Monotonia ou variação da função:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	↗	0	↘

- Variação do sinal:

A função é negativa para $x \in]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

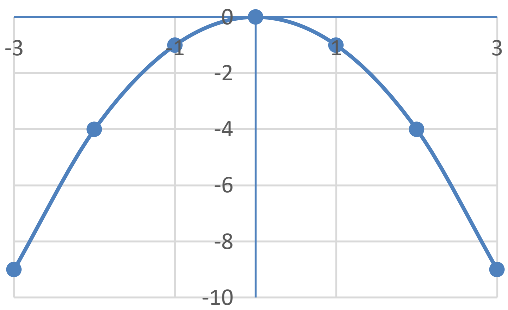
- Zero da função: $x = 0$;
- Ordenada na origem: $y = 0$;
- O eixo de simetria coincide com o eixo das ordenadas (y).

$f(x) = ax^2$

Equação do eixo de simetria:

$x = 0$

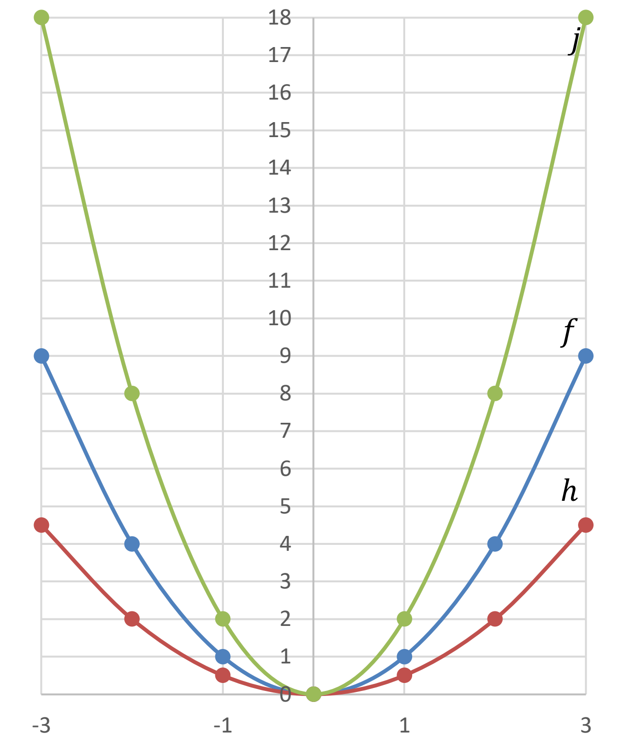
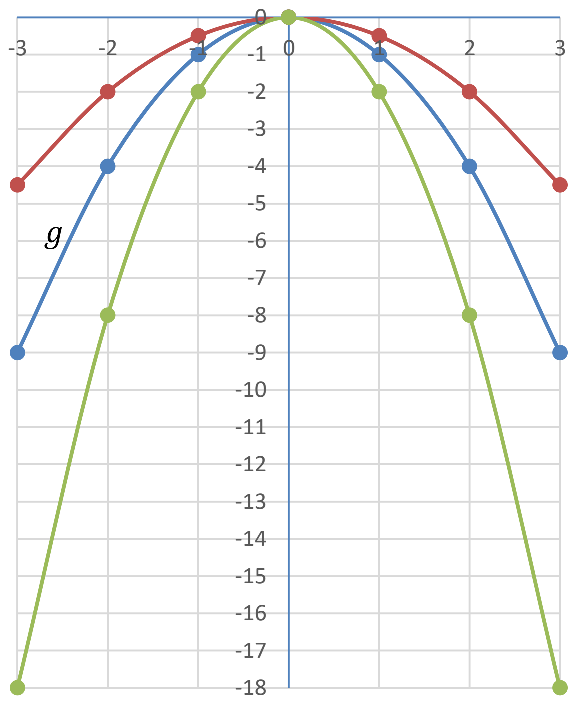
x	y
-3	-9
-2	-4
-1	-1
0	0
1	-1
2	-4
3	-9



1.1.2. Função do tipo $f(x) = ax^2$ ou $y = ax^2$; ($a \neq 0$)

Para estudar a função do tipo $f(x) = ax^2$, tomemos como exemplos as funções:

$$f(x) = x^2;\ g(x) = -x^2;\ h(x) = \frac{1}{2}x^2;\ i(x) = -\frac{1}{2}x;\ j(x) = 2x^2; l(x) = -2x^2$$

$f(x)=ax^2, a>0$	$f(x)=ax^2, a<0$
	

O gráfico da função do tipo $f(x)=ax^2$ tem a concavidade virada para cima se $a>0$ e virada para baixo se $\boldsymbol{a<0}$.

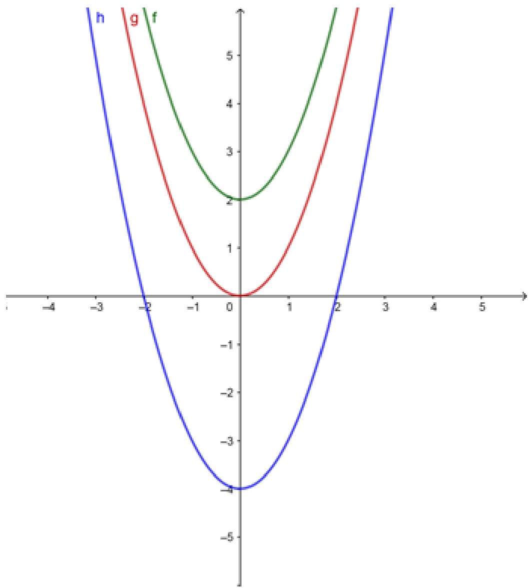
1.1.3. Função do tipo $y = ax^2 + c$, com $a \neq 0$

Para estudar a função do tipo $\boldsymbol{y = ax^2 + c}$, tomemos como exemplos as funções:

$$f(x) = x^2 + 2;\ g(x) = x^2;\ h(x) = x^2 - 4$$

Todo o gráfico do tipo $y = ax^2 + c$ obedece às seguintes propriedades:

- Vértice: $(0; c)$;
- Eixo de simetria: $x = 0$;
- Sentido da concavidade: virada para cima se $a > 0$ e virada para baixo se $a < 0$;



- Contradomínio: $[c;\ +\propto[$ se $a >\ 0$ e $]-\propto; c]$ se $a < 0$.

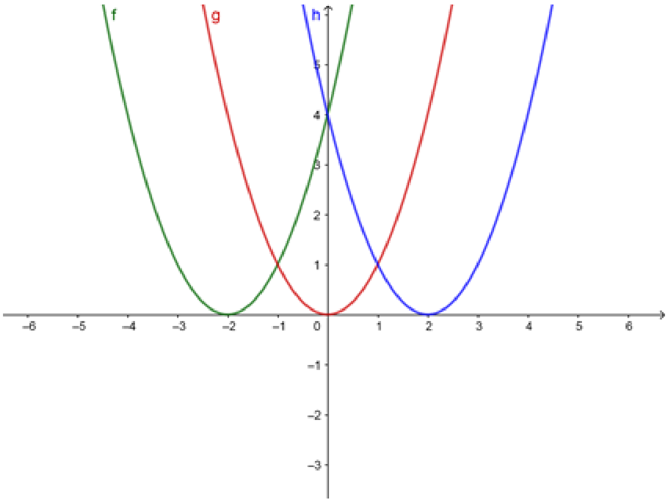
1.1.4. Função do tipo $y =\ a(x-p)^2$, com $a \neq 0$

Para estudar a função do tipo $\boldsymbol{y =\ ax^2\ +\ c}$, tomemos como exemplos as funções:

$f(x) =\ (x+2)^2 + 2;\ g(x) =\ x^2;\ h(x) = (x-2)^2$

Todo o gráfico do tipo $y =\ ax^2\ +\ c$ obedece às seguintes propriedades:

- Vértice: $(p; 0)$;
- Eixo de simetria: $x = p$;
- Sentido da concavidade: virada para cima se $a >\ 0$ e virada para baixo se $a < 0$;
- Contradomínio: $[0;\ +\propto[$ se $a >\ 0$ e $]-\propto; 0]$ se $a < 0$;



No geral:

No âmbito da realização do estudo completo de uma função quadrática, é importante lembrar os conceitos fundamentais usados tais como:

1. **Domínio da função:** é o conjunto de partida; o conjunto de todos os valores que o $\boldsymbol{x}$ pode assumir. No caso das funções quadráticas é sempre IR. O domínio da função representamos por Df.
2. **Contra domínio:** é o conjunto de chegada, conjunto das imagens, conjunto de todos os valores que $\boldsymbol{y}$ assume após a substituição dos valores de $\boldsymbol{x}$ na função. O contradomínio da função quadrática depende de cada função dada. Sua representação simbólica é dada por $D'f$.
3. **Concavidade:** é a posição em que a parábola está voltada (virada), a concavidade depende do sinal do coeficiente $\boldsymbol{a}$ na função quadrática.
4. **Ordenada na origem:** é o valor que o $\boldsymbol{y}$ toma no ponto onde o gráfico intersecta o eixo das ordenadas. Este valor geralmente é dado pelo coeficiente c.

5. **Zeros da função:** são os pontos por onde o gráfico intersecta o eixo dos xx. Esses pontos calculados anulam a função. Nas funções quadráticas no máximo encontramos dois zeros.
6. **Vértice:** é o ponto onde o gráfico muda do "comportamento"; se o gráfico vinha crescendo, a partir desse ponto começa a decrescer. Se é que vinha decrescendo, a partir desse ponto começa a crescer.
7. **Eixo de simetria:** é o eixo que divide o gráfico (parábola) em duas partes iguais. O eixo de simetria das funções quadráticas sempre é paralelo ao eixo dos y e passa pelo vértice.
8. **Variação da função ou monotonia:** é verificar o crescimento e decrescimento do gráfico.
   a) Diz-se que uma **função é crescente** em um certo intervalo quando os valores de x aumentam e os valores de y também aumentam.
   b) Diz-se que uma **função é decrescente** em um certo intervalo quando os valores de x aumentam e os valores de y diminuem.

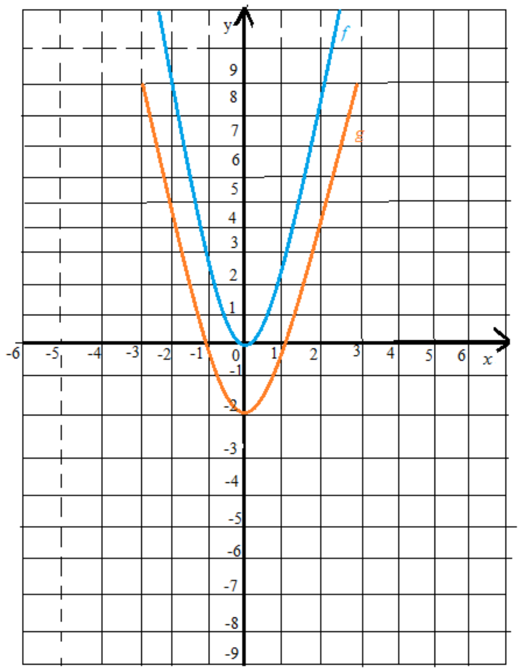
   Nota: No estudo da monotonia das funções quadráticas pode-se usar uma tabela e indicar o crescimento e decrescimento da função na base de setas.

9. **Variação do sinal:** verifica-se os intervalos onde a função é positiva e onde é negativa.
   a) **Uma função é positiva,** no intervalo onde tem ordenadas positivas, isto é, onde passa por cima do eixo dos xx.
   b) **Uma função é negativa,** no intervalo onde tem ordenadas negativas, isto é, onde passa por baixo do eixo dos xx.

II. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Exercício 1: Dada a função $g(x) = 2x^2 - 2$, representa-a graficamente a partir do gráfico de $f(x) = 2x^2$ e faz o respectivo estudo completo.

x	$y = 2x^2$
-3	18
-2	8
-1	2
0	0
1	2
2	8
3	18



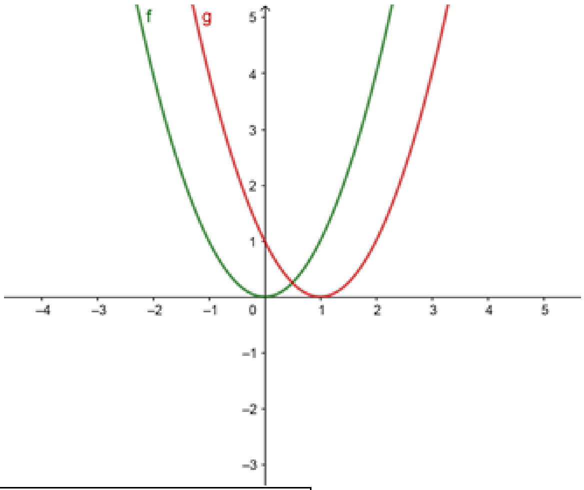
1. $\boldsymbol{Dg}: x \in IR$
2. $\boldsymbol{D'g}: y \in [-2; +\infty[$
3. **Zeros:** $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$
4. **Ordenada na origem:** $y = -2$
5. **Vértice:** $V(0; -2)$
6. **Equação do eixo de simetria:** $x = 0$
7. **Concavidade:** voltada para cima, pois $a > 0$.
8. **Monotonia:**

x	$]-\infty; 0[$	0	$]0; +\infty[$
$g(x) = 2x^2 - 2$	$\searrow$	-2	$\nearrow$

9. **Variação do sinal:**

x	$]-\infty; -1[$	-1	$]-1; 1[$	1	$]1; +\infty[$
$g(x) = 2x^2 - 2$	+	0	-	0	+

Exercício 2: Dada a função $g(x) = (x-1)^2$, representa-a graficamente a partir do gráfico de $f(x) = x^2$ e faz o respectivo estudo completo.



1. **Dg:** $x \in IR$
2. **$D'g$:** $y \in [0; +\infty[$
3. **Zeros:** $x_1 = x_2 = 1$
4. **Ordenada na origem:** $y = 1$
5. **Vértice:** $V(1; 0)$
6. **Equação do eixo de simetria:** $x = 1$
7. **Concavidade:** voltada para cima, pois $a > 0$.
8. **Monotonia:**

x	$]-\infty; 1[$	1	$]1; +\infty[$
$g(x) = (x-1)^2$	↘	0	↗

9. **Variação do sinal:**

x	$]-\infty; 1[$	1	$]1; +\infty[$
$g(x) = 2x^2 - 2$	$+$	0	$+$

III. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Seja dada a função $\boldsymbol{f(x) = a(x-p)^2}$. Determina os valores de **a** e **p** se:

a) $f(x) = 2(x-3)^2$

b) $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2$

c) $f(x) = -2021\left(x + \frac{3}{4}\right)^2$

2. Seja dada a função $\boldsymbol{g(x) = ax^2 + c}$. Determina os valores de ***a*** e ***c*** se:

a) $g(x) = 2x^2 - 5$

b) $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 5$

c) $g(x) = -2x^2 - \frac{3}{2}$

3. Dadas as funções $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2$; $g(x) = x^2 - 5$ e $h(x) = -x^2 + 4$, sem construir os gráficos, indica:

a) Os zeros de cada função.

b) O vértice de cada função.

c) A equação do eixo de simetria de cada função.

4. Dadas as funções abaixo, faz o esboço dos gráficos de cada função e o respectivo estudo completo por cada função.

a) $h(x) = -x^2 + 4$

b) $l(x) = x^2 + 2$

c) $m(x) = -(x-1)^2$

d) $n(x) = (x+2)^2$

5. Considera as funções quadráticas abaixo:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

b) $g(x) = x^2 - 4x - 5$

c) $h(x) = -x^2 + 2x - 6.$

d) $l(x) = 2x^2 + 4x - 6$

e) $m(x) = x^2 + x - 2$

Determina os zeros de cada uma das funções.

6. Seja dada a função $f(x) = -x^2 + 9$.

a) Determina os zeros de f.

b) Determina o sinal de $f(-2)$, $f(0)$ e $f(4)$.

c) Representa graficamente a função.

d) Resolve graficamente:

i. $f(x) < 0$

ii. $f(x) \geq 0$

UNIDADE TEMÁTICA VI QUADRILÁTEROS

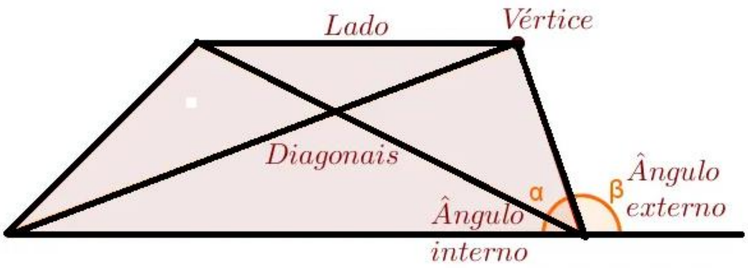
I. RESUMO

1.1. Quadrilátero

Quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados. Suas características e propriedades específicas dizem respeito aos seus lados, ângulos e diagonais.

Elementos de um quadrilátero

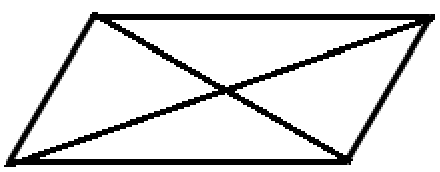
- ✓ **Lados**: são os segmentos de recta que contornam o quadrilátero;
- ✓ **Vértices**: são os pontos de encontro entre dois lados;
- ✓ **Ângulos internos**: são os ângulos determinados por dois lados consecutivos de um quadrilátero;
- ✓ **Ângulos externos**: são ângulos formados pelo prolongamento de um lado do quadrilátero. Um ângulo externo sempre é suplementar ao ângulo interno adjacente a ele;
- ✓ **Diagonais**: Segmentos de recta cujas extremidades são dois vértices não consecutivos do quadrilátero. Dessa maneira, são os segmentos de recta que ligam dois vértices e que, ao mesmo tempo, não são lados.



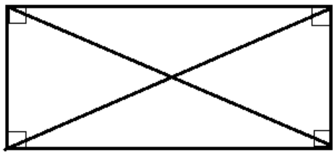
1.2. Classificação de quadriláteros

1.2.1. Paralelogramos

Os **paralelogramos** possuem lados opostos paralelos. As suas diagonais cruzam-se em seus pontos médios.

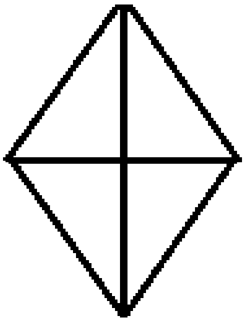


1.2.2. Rectângulo



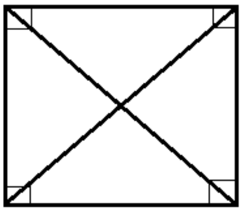
Os **rectângulos** são **paralelogramos** cujos ângulos internos são rectos (daí o nome rectângulo). Eles possuem todas as características dos paralelogramos. *As suas **diagonais são congruentes.***

1.2.3. Losango



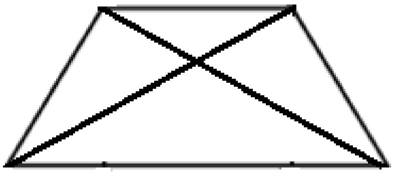
Os losangos são **paralelogramos** que possuem todos os lados congruentes, isto é, são paralelogramos equiláteros. Sua propriedade específica é a seguinte: *As **diagonais de um losango são perpendiculares.***

1.2.4. Quadrado



Os quadrados são losangos e rectângulos simultaneamente e, por isso, possuem todos os ângulos rectos e todos os lados congruentes. Sua propriedade específica é a seguinte: ***As diagonais do quadrado são perpendiculares e congruentes.***

1.2.5. Trapézios

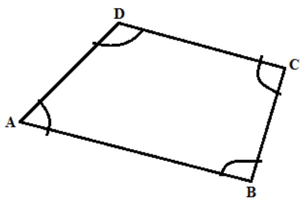


Diferentemente dos **paralelogramos**, os **trapézios** possuem apenas um par de lados paralelos. Esses lados são chamados de bases. Os trapézios que possuem os outros dois lados que não são bases congruentes são chamados de **isósceles**.

1.3. Teorema sobre ângulos internos de um quadrilátero

O Teorema sobre ângulos internos de um quadrilátero diz o seguinte: ***a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é sempre igual à 360° (trezentos e sessenta graus)***

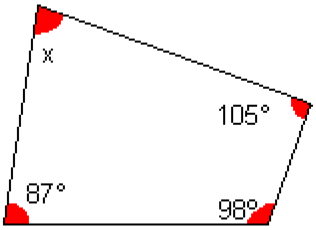
Consideremos o quadrilátero ao lado:



$$\boxed{\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C + \sphericalangle D = 360^0}$$

II. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Determina os valores de x e y nas figuras abaixo:



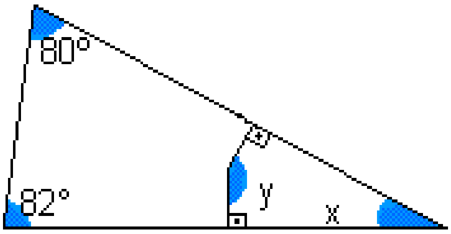
$x + 105° + 98° + 87° = 360°$

$x + 290° = 360°$

$x = 360° - 290°$

$x = 70°$

1º : Calculemos o valor do x.



$x + 80° + 82° = 180°$

$x + 162° = 180°$

$x = 180° - 162°$

$x = 18°$

2º : Calculemos o valor do y.

$18º + 90º + y + 90º = 360°$

$y + 198° = 360°$

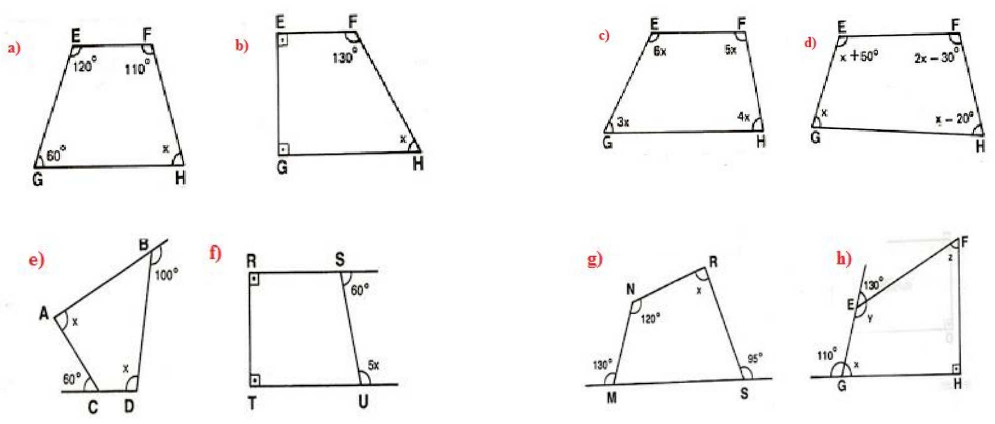
$y = 360º - 198°$

$y = 162º$

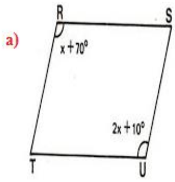
III. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

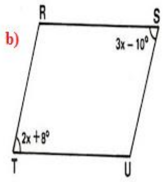
1. Assinala com **V** as afirmações verdadeiras e **F** as falsas:
   - **a)** O trapézio é um rectângulo. _____
   - **b)** O quadrado é um paralelogramo. _____
   - **c)** Um trapézio com dois ângulos rectos é um rectângulo. _____
   - **d)** Trapézio escaleno é aquele que tem todos os lados iguais. _____
   - **e)** Trapézio isósceles é aquele que tem todos os lados iguais. ______
   - **f)** Trapézio propriamente dito é aquele que só tem dois lados paralelos. _____
   - **g)** Em um paralelogramo a soma dos ângulos adjacentes é igual à 360°. _____
   - **h)** Quadrado é um quadrilátero com todos os lados iguais. _____

2. Sobre as propriedades dos quadriláteros, assinala com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas:
   - **a)** A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 180°. ____
   - **b)** Em um paralelogramo, as diagonais são congruentes. _____
   - **c)** Em um paralelogramo, lados opostos são paralelos e congruentes. ____
   - **d)** Em um quadrado, as diagonais são perpendiculares e não congruentes. ____
   - **e)** Em um quadrado, todos os lados são iguais e seus ângulos podem ser rectos ou não. ____
3. Qual é o quadrilátero que tem os lados paralelos dois a dois, não tem ângulos rectos e cujas diagonais bissectam-se?
4. Qual é o quadrilátero que tem um par de lados paralelos e cujas diagonais não se cortam ao meio?
5. Calcula os valores das incógnitas x, y e z nos quadriláteros:

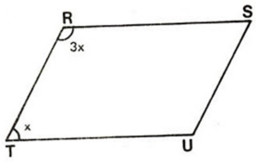


6. Calcula o valor de x nos paralelogramos abaixo:



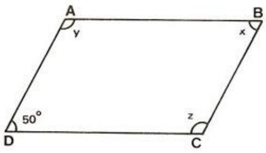


c)

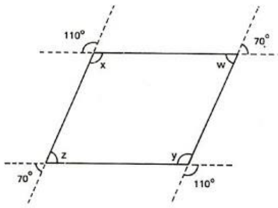


7. Determina as medidas de x, y e z no paralelogramo abaixo:

a)



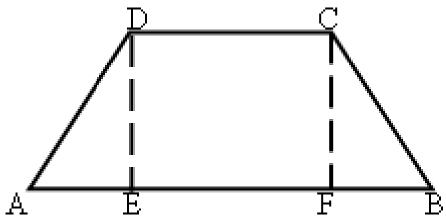
b)



8. Dado o trapézio isósceles [ABCD], com AB=10 cm e DC=DE = 4 cm. Determina:

a) A medida de AD.

b) O perímetro do trapézio.



UNIDADE TEMÁTICA VII NOÇÕES BÁSICAS DE ESTATÍSTICA

I. RESUMO

1.1. Estatística

A **estatística** é ramo da Matemática que tem como objectivo obter, organizar e fazer análise numérica das informações.

1.2. Termos e conceitos estatísticos

População ou **universo estatístico** é uma colecção de seres com alguma característica comum.

Por exemplo:

- Todos os alunos de uma determinada escola;
- Conjunto dos números racionais.

Amostra é conjunto finito da população que seja representativo desta.

Variável estatístico ou Carácter estatístico é uma propriedade que permite caracterizar os indivíduos de uma população.

As variáveis estatísticas podem ser: Qualitativas (não mensuráveis) e quantitativas (mensuráveis).

Qualitativos ou **nominais (não mensuráveis)**: Que não se podem medir.

Exemplo: A cor dos olhos, profissão, cor dos cabelos, etc.

As variáveis estatísticas qualitativas podem estabelecer-se diferenças que se chamam de **modalidades**.

Por exemplo: Na variável qualitativo “profissão”, podem-se considerar modalidades: professor, médico, electricista, mecânico, etc.

Quantitativos ou **numéricas (mensuráveis)**: Que se podem medir.

Exemplo: Temperatura, altura, idade, etc.

As variáveis quantitativas podem ser discretas ou contínuas.

Discretas quando não podem tomar todos os valores de um determinado intervalo real.

Exemplo: Número de filhos de uma mãe, número de golos marcados num jogo de futebol.

Contínuas quando pode tomar quaisquer valores de um determinado intervalo real.

Exemplo:

- Altura dos alunos de uma turma da 9ª classe;
- As temperaturas registadas em um determinado lugar durante um dia.

Resumindo: Variáveis $\begin{cases} \text{Qualitativa} \\ \text{Quantitativa} \begin{cases} \text{Discreta} \\ \text{continua} \end{cases} \end{cases}$

1.3. Recolha e organização de dados

Um estudo estatístico envolve a recolha, a organização e a análise dos dados. A análise e a interpretação dos dados permite fazer previsões e tomar decisões.

1.4. Frequência absoluta, relativa percentual e acumuladas

Para organizar dados e fazer a respectiva análise, usam-se tabelas e gráficas.

Exemplo:

O número de golos obtidos numa jornada de futebol no Moçambola 2021 foi o seguinte:

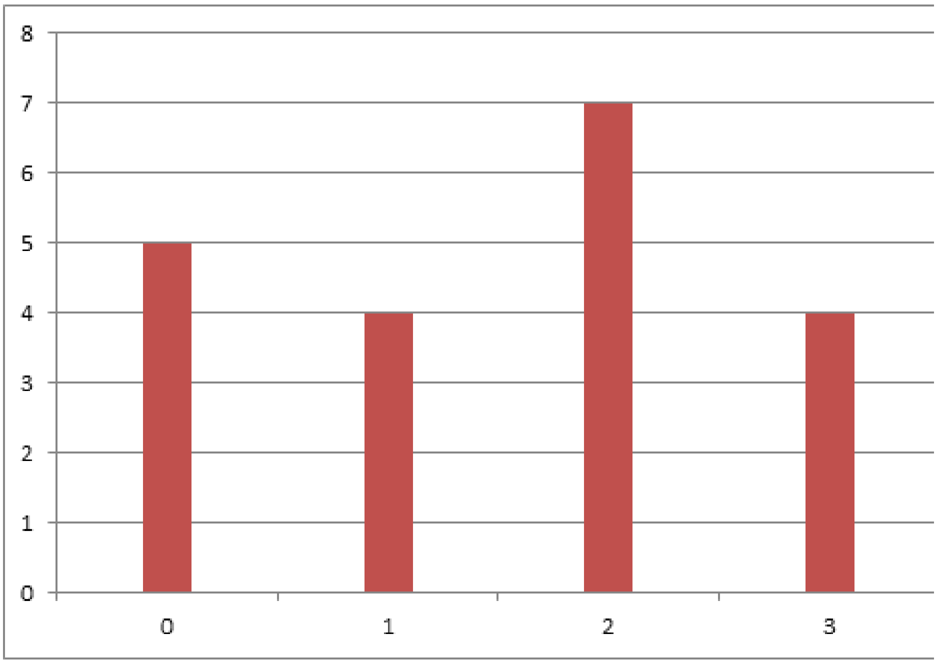
2	3	2	0	2	3	1	0	1	2
3	0	1	1	2	0	3	2	2	0

Vamos organizar esses dados numa tabela de frequências:

Nº de golos	Frequência absoluta (f)	Frequência relativa (fr) $fr = \frac{f}{n}$	Frequência absoluta acumulada (F)	Frequência relativa acumulada (Fr)
0	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$	5	$0{,}25$

1	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$	9	0,45
2	7	$\frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\%$	16	0,8
3	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$	20	1,00
	n=20	$1{,}00 = 100\%$	____	____

1.5. Gráficos de barras



1.6. Medidas de tendência central

1.6.1. Média

Sendo $x_1, x_2, x_3, \ldots . x_n$, $\boldsymbol{n}$ valores de uma variável quantitativas, chama-se **média** ao valor que se obtém pela fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

1.6.2. Moda

Chama-se **moda**, de um conjunto de $\boldsymbol{n}$ valores, $x_1, x_2, x_3, \dots . x_n$ de uma variável estatística, ao valor que ocorre com maior frequência.

1.6.3. Mediana

Sejam $x_1, x_2, x_3, \dots . x_n$, n dados estatísticos ordenados do menor para o maior e vice-versa, chama-se mediana ao valor que ocupa a posição central.

Considerando o exemplo dado sobre número de golos obtidos numa jornada de futebol no Moçambola 2021:

2	3	2	0	2	3	1	0	1	2
3	0	1	1	2	0	3	2	2	0

Vamos calcular:

a) A média

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 2 + 0 + 2 + 3 + 1 + 0 + 1 + 2 + 4 + 0 + 1 + 1 + 2 + 0 + 3 + 2 + 2 + 0}{20}$$

$$= \frac{31}{20} = 1{,}55 \cong 2$$

Logo em média marcou-se 2 golos.

b) Moda

Verificando os dados, podemos concluir que a moda é 2, pois é o valor que ocorre com maior frequência.

c) Mediana

Colocando de forma crescente os dados, teremos:

0 0 0 0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3

Podemos notar que o valor central é formado por dois números (2 2) sendo assim temos que somar os dois números e dividir por 2, ou seja: $\frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Logo, a mediana é 2.

II. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Em uma pesquisa realizada em uma escola, identificou-se os seguintes indicadores: idade, classe, sexo, local de estudo, classificação, obtidos na última prova de Matemática e Quantidade de livros que possui.

a) Das variáveis acima, quais são as quantitativas e quais são as qualitativas?

b) Das variáveis quantitativas, diz quais são as discretas?

2. As notas do João em cinco testes de Matemática foram as seguintes: 15, 16, 13, 15, 11.

a) Qual é a moda das notas?

b) Calcula a média aritmética das notas.

c) Qual deve ser a nota do sexto teste para que a média suba em 1 valor?

3. Na cidade da Maxixe fez-se um levantamento do número de pessoas de cada agregado familiar. Em um dos bairros obteve-se os seguintes resultados:

5 2 4 4 3 5 1 5 5 6 3 3 4 4 5 6 6 4 2 3

a) Constrói uma tabela de frequências de acordo com os dados.

b) Determina:

i. A média das pessoas de cada agregado familiar.

ii. A mediana.

iii. A moda.

4. Determina, para cada um dos conjuntos de números seguintes, o valor de x, de modo que a média seja 7:

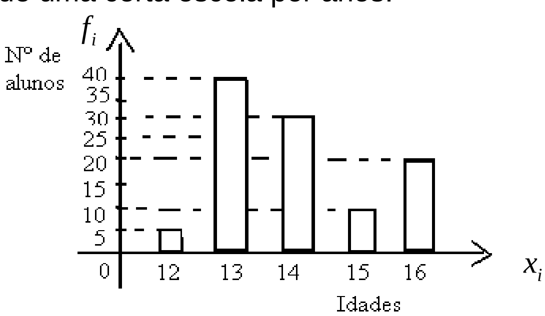
a) 8 7 3 x 14

b) 4 2 6 10 x 8 1

5. O gráfico mostra a distribuição das idades de alunos de uma certa escola por anos.

a) Determina a média aritmética das idades.

b) Qual é a moda das idades?



UNIDADE TEMÁTICA VIII SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

I. RESUMO

1.1. Homotetias

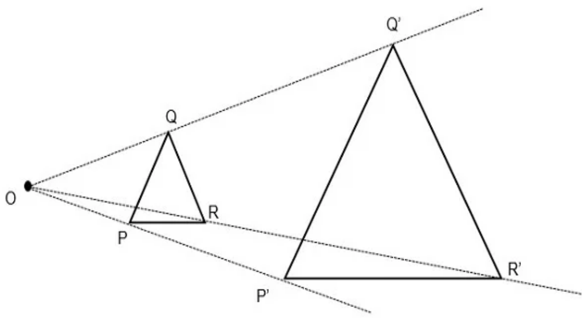
Homotetia é uma transformação geométrica entre segmentos ou figuras.

1.1.1. Ampliação e redução de figuras planas simples

Seja dado o triângulo PQR, vamos encontrar sua imagem através da homotetia do centro em O e razão 3.

Procedimentos de determinação da imagem:

1. Marquemos o centro O, que é um ponto exterior ao triângulo PQR;
2. Determinemos as imagens de cada vértice do triângulo PQR, para encontrar os vértices do triângulo P'Q'R'. Para encontrar a marcação do ponto P', Q', R', teremos que:



$$\overline{OP'} = 3.\overline{OP}$$

$$\overline{OQ'} = 3.\overline{OQ}$$

$$\overline{OR'} = 3.\overline{OR}$$

No geral:

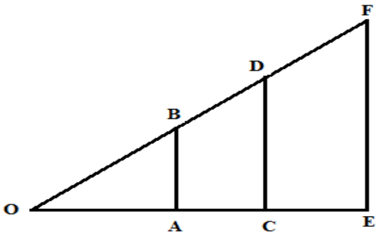
Homotetia de centro O e razão r é a aplicação que a cada ponto P faz corresponder um ponto P' tal que: $\boldsymbol{\overline{OP}' = r.\overline{OP}}$. Habitualmente escreve-se H_O^r.

O triângulo P'Q'R' é semelhante ao triângulo PQR. E $r = 3$ denomina-se razão de semelhança.

1.2. Semelhança de triângulos

A Viana tirou uma fotografia tipo passe para um documento. Depois mandou reproduzir a mesma foto em A4 para colocar no seu álbum e outra em A3 para colar no seu quarto. As três fotos são parecidas diferindo apenas no tamanho. Elas são semelhantes. As duas fotos tipo passe que a Viana recebeu do fotógrafo são iguais.

Dada a figura:



Observe que na figura, os triângulos OCD e OEF são uma ampliação do triângulo OAB. Também se pode dizer que o triângulo OCD é uma redução do triângulo OEF. Eles são triângulos rectângulos, têm a mesma forma e, por isso, dizem-se semelhantes.

Lembre-se que:

- Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes; isto é:

  Se $\widehat{A} = \widehat{A}'$ e $\widehat{B} = \widehat{B}'$ então $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.

- Se dois triângulos têm os três lados correspondentes proporcionais, então eles são semelhantes; isto é:

  $$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}, \text{ logo } \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'.$$

- Se dois triângulos têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual, então eles são semelhantes;

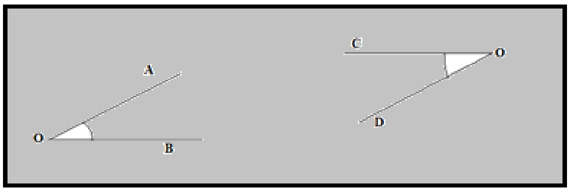
  $$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \text{ e } B\widehat{A}C = B'\widehat{A}'C' \text{ logo } \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'.$$

1.3. Revisão

Ângulos suplementares - são aqueles cujas medidas somam 180º. Dizemos que cada um deles é o suplemento do outro.

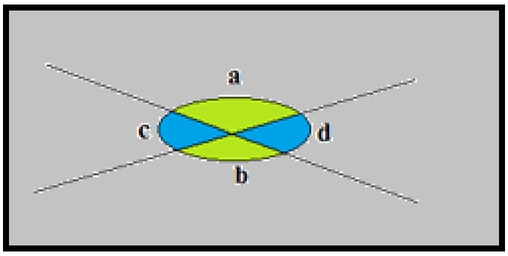
Exemplo: 48° é o suplemento de 132° e vice-versa, pois 48° + 132 ° = 180° .

Ângulos congruentes - são aqueles que possuem medidas iguais. Assim, por exemplo todos os ângulos rectos são congruentes, todos os ângulos de medida 60° são congruentes, etc.



$A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ o símbolo ≅ significa "é congruente a".

Ângulos opostos pelo vértice - como o próprio nome indica, são aqueles cujos lados de um são os prolongamentos dos lados do outro. Vale aqui, a seguinte proposição, facilmente demonstrável:

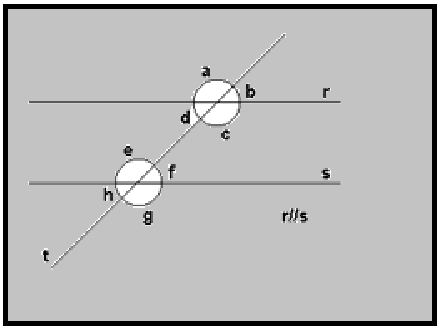


"Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida".

Veja que os ângulos de medidas a e b, e os ângulos de medidas c e d são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida.

1.3.1. Ângulos formados por duas rectas paralelas cortadas por uma secante

$r//s$Dadas duas rectas paralelas, chama-se *recta transversal* qualquer recta que intercepte ambas as rectas. Observamos na figura que ficam determinados oito ângulos de medidas a, b, c, d, e, f, g **e** h que recebem denominações especiais a saber:



- Ângulos correspondentes: $b\ e\ f, a\ e\ e, d\ e\ h, c\ e\ g$.
- Ângulos alternos internos: $d\ e\ f,\ c\ e\ e$.
- Ângulos alternos externos: $b\ e\ h, e\ a\ e\ g$.
- Ângulos colaterais internos: $d\ e\ e,\ c\ e\ f$.
- Ângulos colaterais externos: $b\ e\ g, a\ e\ h$.

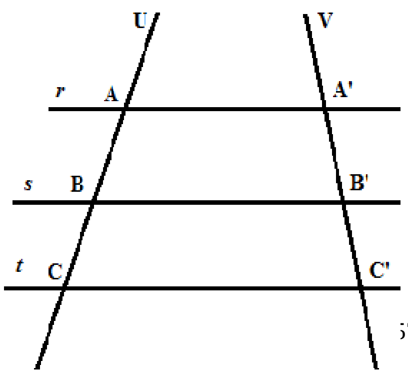
Observa-se que:

- Os ângulos correspondentes são congruentes (medidas iguais);
- Os ângulos alternos são congruentes (medidas iguais);
- Os ângulos colaterais são suplementares, isto é, somam 180º.

1.3.2. Teorema de Tales

A intersecção de um feixe de rectas paralelas por duas rectas transversais forma segmentos proporcionais. Na figura, as rectas ***r***, ***s*** e ***t*** são paralelas ***u*** e ***v*** são transversais.

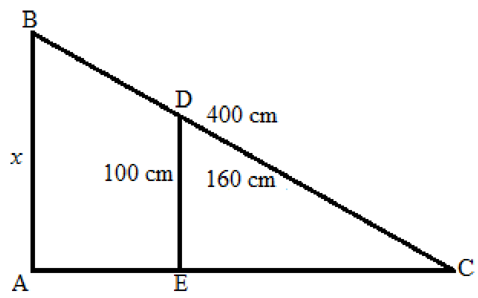
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}}$$



$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'C'}}$$

II. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Na figura abaixo, os segmentos $\overline{BA}$ e $\overline{DE}$ são paralelos. Determine a medida de x.



Quando um triângulo é cortado por um segmento de recta paralelo a um de seus lados, esse segmento forma um segundo triângulo menor e semelhante ao primeiro.

$$\frac{400}{x} = \frac{160}{100}$$

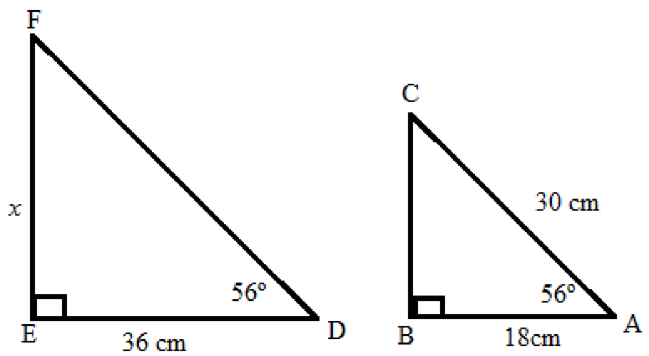
$$160x = 400 \cdot 100$$

$$160x = 40000$$

$$x = \frac{40000}{160}$$

$$x = 250\,m$$

2. Nos triângulos abaixo, determina o valor de *x*.



Resolução

Observe que os dois triângulos são semelhantes pelo caso AA. Entretanto, x é a medida do lado EF do triângulo maior, que, por sua vez, é correspondente ao lado CB do triângulo menor. Para descobrir a medida desse lado, podemos usar o teorema de Pitágoras.

$$30^2 = 18^2 + \overline{BC}^2$$

$$900 = 324 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{BC}^2 = 900 - 324$$

$$\overline{BC}^2 = 576$$

$$\overline{BC} = \sqrt{576}$$

$$\overline{BC} = 24 \text{ cm}$$

Como os lados dos triângulos são proporcionais, para descobrir a medida de *x*, basta usar a proporção entre os lados:

$$\frac{18}{36} = \frac{24}{x}$$

$$18x = 36 \cdot 24$$

$$18x = 864$$

$$x = \frac{864}{18}$$

$$x = 48\, cm.$$

III. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

3.1. Exercícios propostos 1

1. Com base nos critérios de semelhanças dos triângulos, nas afirmações a baixo, assinala com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas. _____

a) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham três ângulos correspondentes congruentes. _____

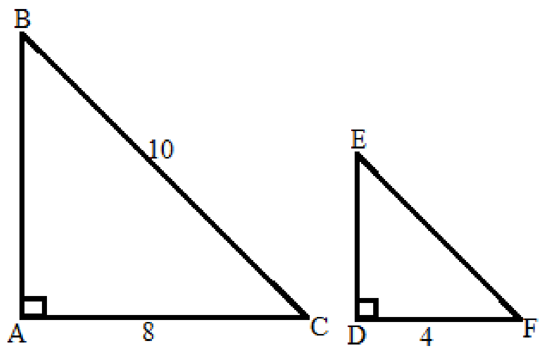
b) Para que dois triângulos sejam semelhantes, basta que eles tenham dois lados proporcionais e um ângulo congruente, em qualquer ordem._____

c) Para que dois triângulos sejam congruentes, basta que eles tenham os três lados correspondentes com medidas proporcionais._____

d) Dois triângulos que possuem dois lados correspondentes proporcionais não serão semelhantes em qualquer hipótese._____

e) Dois triângulos que possuem apenas dois ângulos correspondentes congruentes não podem ser considerados semelhantes._____

2. Para descobrir a altura de um prédio, Maria mediu a sombra do edifício e, em seguida, mediu sua própria sombra. A sombra do prédio media 7 metros, e a de Maria, que tem 1,6 metros de altura, media 0,2 metros. Qual é a altura desse prédio?

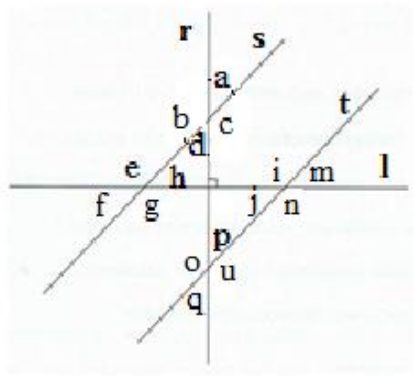


3. Qual é a medida do segmento $\overline{DE}$?

4. Constrói o triângulo A'B'C' homotético de ABC de centro em A e razão $k = 3$.

3.2. *Exercícios Propostos 02*

1. Observa a figura seguinte e, fazendo a anotação adequada, indica:



a) Duas rectas paralelas.

b) Duas rectas perpendiculares.

c) Ângulos correspondentes.

d) Ângulos alternos internos.

e) Ângulos alternos externos.

2. Duas rectas perpendiculares formam entre si um ângulo com medida de:

a) menor que 180° e maior que 90°. **b)** exactamente 180°.

c) exactamente 90°. **d)** maior que 180°.

3. Um ângulo com medida exacta de 90° corresponde a:

a) uma volta completa. **b)** um terço de uma volta.

c) metade de uma volta. **d)** um quarto de uma volta.

4. Um ângulo com medida de 160° é classificado como:

a) recto **b)** raso **c)** obtuso **d)** agudo

5. Duas rectas perpendiculares são concorrentes e formam um ângulo:

a) raso.

b) recto.

c) giro.

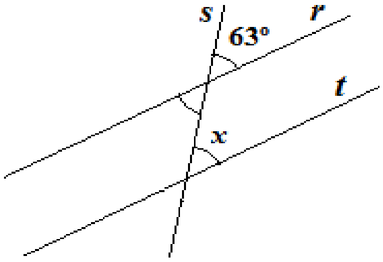
d) agudo.

6. Dois ângulos opostos pelo vértice medem, em graus, (3x+ 10) e (x + 50). A amplitude de cada ângulo em graus é:

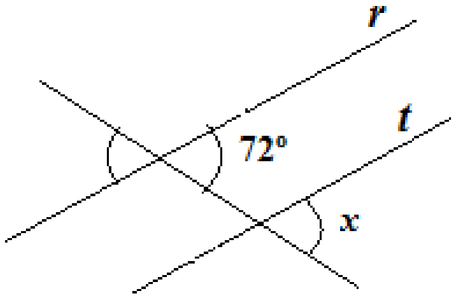
a) 20º **b)** 30º **c)** 70º **d)** 50º

7. As rectas r e t são paralelas $(r//t)$. Determina a medida do ângulo x em cada caso:

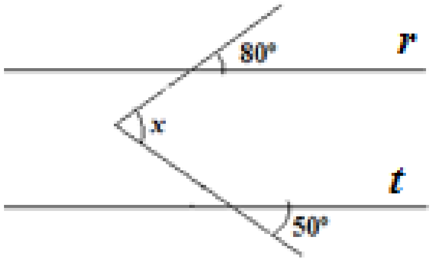
a)



b)

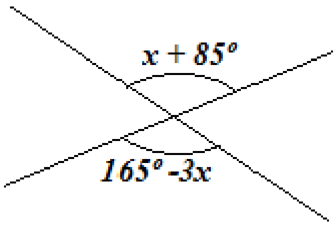


c)

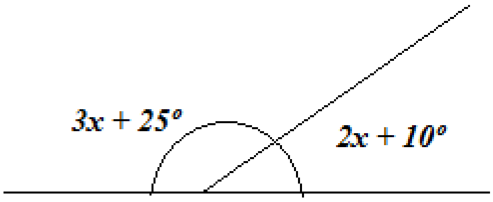


8. Obtém as medidas dos ângulos assinalados:

a)



b)



TÓPICOS DE CORRECÇÃO/RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

UNIDADE TEMÁTICA I: NÚMEROS REAIS E RADICIAÇÃO

3.1. Exercícios propostos 01

1. a) $\notin$ b) $\supset$ c) $\notin$ d) $\in$ e) $\in$ f) $\subset$ g) $\in$ h) $\notin$ i) $\notin$ j) $\subset$
k) $\in$ l) $\in$ m) $\subset$

2. a) 121 b) 289 c) 169 d) 0,00004 e) $\frac{1}{400}$ f) 4,41 g) $\frac{49}{4}$

3. a) 81 b) 32 c) 1 d) 0 e) 16 f) $\frac{27}{64}$ g) $-\frac{8}{27}$ h) 1 i) 1 j) 1
k) 17 l) 1,45 m) -5 n) $-\frac{4}{7}$ o) $\frac{1}{3}$ p) $\frac{1}{9}$ q) $\frac{1}{16}$ r) $\frac{9}{4}$ s) $-\frac{3}{2}$ t) $-\frac{64}{27}$
u) 5 v) 9 w) $\frac{16}{9}$

4. a) $\frac{46}{9}$ b) $-\frac{193}{4}$ c) $-\frac{621}{25}$ d) 31 e)-11 f) 48 g) -11 h) -40
i) -9 j) 32 k) 1 l) -26 m) $-\frac{335}{343}$

5. Alternativa: b)

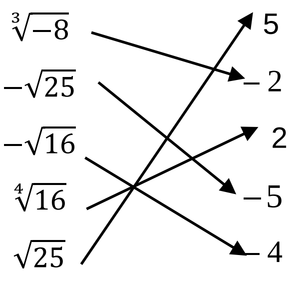
6. Alternativa: d)

7. Alternativa: a)

8. a)1 b) -12 c) 1 d) 1 e) 1 f) $\frac{1}{35}$ g) $\frac{2}{7}$ h) 8 i) 36

3.2. Exercícios propostos 02

1.



2. a) $4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{7}$ d) $\sqrt{2}$ e) 11 f) 0 g) 11 h) $13\sqrt[3]{2}$ i) $13\sqrt{2}$

3. a) $\sqrt{10}$ b) 2 c) $\sqrt{14}+2\sqrt{2}$ d) $\sqrt[3]{30}$ e) 4 f) 6 g) $\sqrt[3]{24}$ h) $5+\sqrt{5}$ i)$7\sqrt{2}$

4. a) $\sqrt[3]{2}$ b) 2 c) $6\sqrt{5}$ d) 2 e) 5 f) $\frac{7}{5}$ g) $4\sqrt[3]{3}$

5. a) 2 b) $3\sqrt[3]{3}$ c) $20\sqrt{5}$ d) $5+2\sqrt{6}$ e) 15 f) 63

6. a) $\sqrt[6]{7}$ b) $\sqrt[6]{5}$ c) $\sqrt[24]{40}$ d) $\sqrt[4]{10}$ e) $\sqrt[8]{2}$ f) $\sqrt[6]{3}$ g) $\sqrt[18]{3}$

7. a) V b) V c) V d) V e) F f) V

8. a) 12 b) $-2\sqrt{5}$ c) $3\sqrt[3]{5}$ d) $6\sqrt{2}$ e) $11\sqrt{7}$ f) 8 g) $6\sqrt[5]{3}$ h) $\frac{11}{3}.\sqrt[5]{3}$ i) $-4.\sqrt{3}$ j) $13\sqrt{3}$

9. a) $10\sqrt{3}$ b) $9\sqrt{2}$

10. 28

11. a) $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ b) 5

12. a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{x\sqrt{x+1}}{x+1}$ c) $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ d) $2\sqrt{x}$ e) $\frac{3\sqrt{x}}{x}$ f) $\frac{2\sqrt[3]{25}}{5}$ g) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ h) $\frac{x(1+\sqrt{x})}{1+x}$ i) $\frac{4\sqrt[3]{x^2}}{x}$ j) $\frac{\sqrt[4]{18^3}}{6}$ k) $\frac{2\sqrt[3]{25}}{5}$ l) 1 m) $10-5\sqrt{3}$ n) $\frac{7(3+\sqrt{5})}{4}$

UNIDADE TEMÁTICA II: INEQUAÇÕES LINEARES E SISTEMAS DE INEQUAÇÕES LINEARES COM UMA VARIÁVEL

1. a) $\{-3;\ -2;\ -1\}$ b) $\left\{-\frac{9}{3};\ -\frac{7}{2};\ \frac{1}{2}\right\}$ c) $\left\{-\sqrt{3};\ \frac{\sqrt{5}}{3};\ \frac{\sqrt[3]{3}}{2}\right\}$

2.

3. a) $x > -5$ b) $x \leq 10$ c) $x > -7$ d) $x < -2$ e) $x \leq 1$ f) $x < 22$
g) $x \leq 4$ h) $x \geq -3$ i) $x \geq 5$ j) $x < \frac{4}{9}$ k) $x \geq \frac{15}{4}$ l) $x > \frac{7}{6}$
m) $x \geq \frac{2}{3}$ n) $x \leq 3$ o) $x \leq \frac{5}{2}$ p) $x \geq -\frac{23}{4}$ q) $x > -\frac{8}{5}$ r) $x > \frac{1}{3}$
s) $x \geq \frac{47}{14}$

4. a) $x < 1$ b) $\begin{cases} x > -2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 5 \end{cases}$ d) $x > \frac{11}{3}$ e) $\begin{cases} x > -\frac{15}{13} \\ x < \frac{6}{7} \end{cases}$
f) $x < \frac{19}{4}$ g) $x < \frac{14}{13}$ h) $\emptyset$ i) $\begin{cases} x < 4 \\ x > 1 \end{cases}$

5. $\{0;1;2\}$

6. -4

7. 10

8. 2

9. a) 2; b) 0; c) -1 d) 1

10. $x < 9 \wedge x > -3$

UNIDADE TEMÁTICA III: NOÇÃO DE MONÓMIOS E POLINÓMIOS

1. Exemplo:

- Monómio: $2x^2$
- Binómio: $3x + 2$
- Trinómio: $y^2 + 2xy + x^2$

2. a) grau 1; b) grau 3; c) grau 5; d) grau 3.

3. a) $a^2\sqrt[3]{b^2}$ b) $4a^2x\sqrt{x}$ c) $\sqrt[3]{a^2}$ d) $x\sqrt[3]{x}$

4. a) $3(x + 2)$ b) $2(x + 1)$

5. a) $5a + 4b + 3$ b) $4x$

6. a) $\frac{3}{2}x + 2$ b) $x^5 - 3x^3 - \frac{5}{2}x^2 - x + 1$ c) $x^5 - 4x^3 - 2x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ d) $\frac{x^2}{2} + x$ e) $x^2 + 4x + 4$ f) $\frac{5}{4}x^2 + 4x + 4$ g) $x^6 + 2x^5 - 4x^4 - 10x^3 - 5x^2 - x + 2$ h) $\frac{x^5}{4} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^2}{2}$ i) $\frac{3x^4}{2} + \frac{5x^3}{4} - x^2 - 3x - 4$

7. a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 + 4x + 4$ c) $y^2 - 6y + 9$ d) $c^2 - c + \frac{1}{4}$ e) $z^2 - 25$ f) $9x^2 + 18x + 9$

8. a) $3(x - 1)$ b) $3a(2 - a)$ c) $2.(2y + 1)$ d) $(x + 3).(x + 3)$ e) $x.(x + 2)$ f) $(2y - 2).(2y - 2)$ g) $(x - y).(x - y)$ h) $(z + 1).(z + 1)$ i) $(x - 3).(x + 3)$ j) $\left(x - \frac{1}{2}\right).\left(x - \frac{1}{2}\right)$

UNIDADE TEMÁTICA IV: EQUAÇÃO QUADRÁTICA

1. a) F b) F c) V d) F

2. a) completa b) incompleta c) incompleta d) completa

3. a) $x_1 = -4 \ e \ x_2 = 5$ b) $x_1 = -1 \ e \ x_2 = 4$ c) $x_1 = 1 \ e \ x_2 = 7$

4. -2 e 4

5. 15

6. 7

7. $-\frac{27}{4}$

UNIDADE TEMÁTICA V: FUNÇÃO QUADRÁTICA

1. a) $a = 2$; $p = 3$ b) $a = \frac{1}{3}$ e $p = 6$ c) $a = -2021$, $p = -\frac{3}{4}$

2. a) $a = 2$ e $c = -5$ b) $a = \frac{1}{3}$ e $c = 5$ c) $a = -2$ e $c = -\frac{3}{2}$

3. a) Os zeros de cada função

Função $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2$: $x_1 = x_2 = 6$

Função $g(x) = x^2 - 5$: $x_1 = -\sqrt{5}$ e $x_2 = +\sqrt{5}$

Função $h(x) = -x^2 + 4$: $x_1 = -2$ e $x_2 = +2$

b) O vértice de cada função

Função $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2$:V(6;0)

Função $g(x) = x^2 - 5$:V(0;-5)

Função $h(x) = -x^2 + 4$:V(0;4)

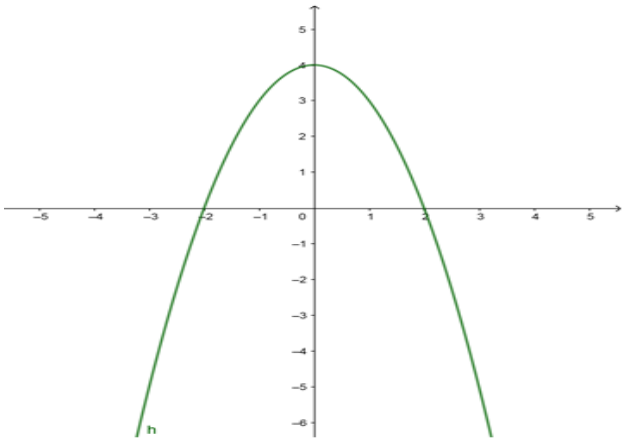
c) A equação do eixo de simetria de cada função

Função $f(x) = \frac{1}{3}(x-6)^2$: $x = 6$

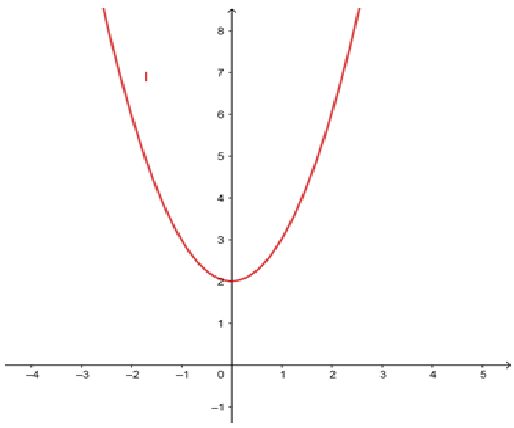
Função $g(x) = x^2 - 5$: $x = 0$

Função $h(x) = -x^2 + 4$: $x = 0$

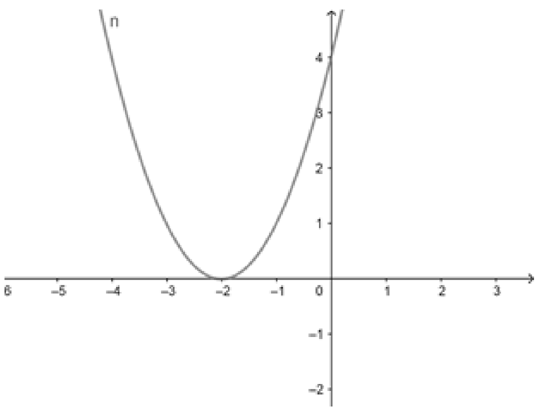
4. a)



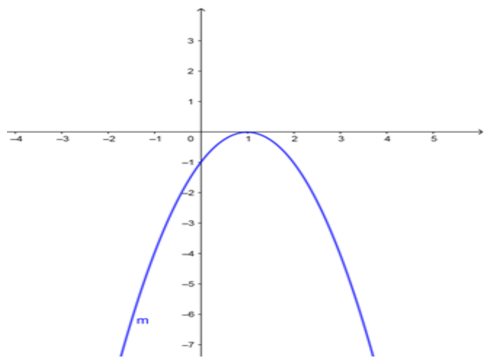
b)



d)



c)



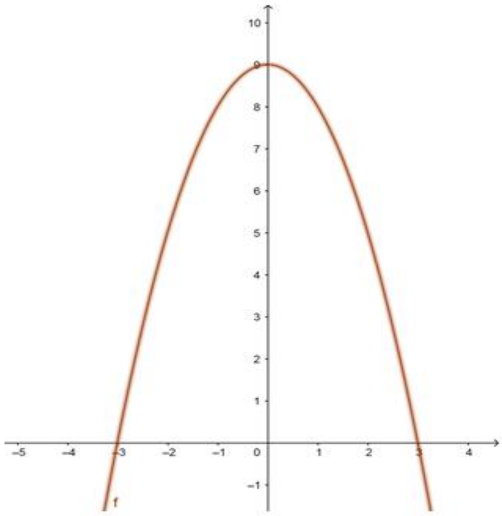
5. a) $x_1 = 2\ e\ x_2 = 4$ b) $x_1 = -1\ e\ x_2 = 5$ c) Não tem raízes

d) $x_1 = -3\ e\ x_2 = 1$ e) $x_1 = -2\ e\ x_2 = 1$

6. a) $x_1 = -3 \; e \; x_2 = 3$

b) f (-2) é positivo; f (0) é positivo e f (2) é negativo.

c)



b) $f(x) < 0 : \; x \in]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$

$f(x) \geq 0 : x \in [-3; 3]$

UNIDADE TEMÁTICA VI: QUADRILÁTEROS

1. a) F b) V c) V d) F e) F f) V g) F h) V

2. a) F b) V c) V d) F e) F

3. Losango

4. Trapézio

5. a) $x = 70°$ b) $x = 40°$ c) $x = 20°$ d) $x = 72°$ e) $x = 80°$ f) $x = 24°$ g) $x = 105°$ h) $x = 70°$; $x = 50°$ e $x = 150°$

6. a) $y = 130°$; $z = y = 130°$ e $x = 50°$

7. $x = y = 110°$ e $z = w = 70°$

8. a) $\overline{AD} = 5cm$ b) $24cm$

UNIDADE TEMÁTICA VII: NOÇÕES BÁSICAS DE ESTATÍSTICA

1.

a) Quantitativas: Idade; classe; classificação, obtidos na última prova de Matemática e Quantidade de livros que possui. Qualitativas: sexo e local de estudo.

b) Discretas: Idade; classe e Quantidade de livros que possui

2. a) Moda: 15 b) Media aritmética: 14 c) 20

3.

Nº de pessoas de cada agregado	Frequência absoluta (f)	Frequência relativa (fr) $fr = \frac{f}{n}$	Frequência absoluta acumulada (F)	Frequência relativa acumulada (Fr)
1	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$	1	0,05
2	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$	3	0,15
3	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$	7	0,35
4	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$	12	0,60
5	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25 = 25\%$	17	0,85
6	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\%$	20	1,00
	n=20	$1{,}00 = 100\%$	______	______

b) Média: 4 Mediana: 4 Moda: 4 e 5.

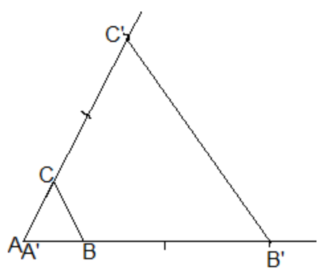
4. a) $x = 3$ b) 18

5. a) 14 b) 13

UNIDADE TEMÁTICA VIII: SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

3.1. Exercícios propostos 1

1. a) F b) F c) V d) F e) F
2. 56 m
3. $\overline{DE} = 3$
4.



3.2. Exercícios Propostos 02

1. a) s e t b) r e l c) a e p d) c e o e) a e q.
2. c)
3. d)
4. c)
5. b)
6. c)
7. a) $x = 63°$ b) $x = 72°$ c) $x = 130°$
8. a) $105°$ b) $112°$ e $68°$

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., & Carvalho, R. F. (1989). *M9 Exercícios de Matemática 9º ano*, Lisboa, Texto Editores.

- Carvalho, R. F., & Martins, Z. A. (1999). *Matemática pela prática*, 1ª edição, Maputo, Moçambique Editora.

- Chuquela, A., Muthemba, B., Guibunda, G., & Machango, O. (2016). *Manual Básico de Ensino Técnico Profissional*, 1ª edição, Maputo.

- INDE (2008). *Programa de Matemática da 9ª classe*. Maputo-Moçambique.

- Martins, Z. (2011). *Matemática 9ª Classe*, 2ª edição, Moçambique, Texto Editores.